



Zur Reflexminderung von Fotoobjektiven

Wie Glas mit T*-Beschichtung unsichtbar wurde

von Dr. Vladan Blahnik und Dr. Benjamin Voelker
März 2016

Inhalt

Einleitung.....	1
Antireflexbeschichtung und Bildqualität.....	1
Die Punktbildfunktion eines Objektivs	2
Vergleichsaufnahmen beschichteter und unbeschichteter Objektivs	10
Kontrastumfang einer Szene und Dynamikbereich der Bildaufnahme und Bildwiedergabe.....	18
Einfluss des Streulichts auf den Kontrastumfang einer Szene.....	23
Möglichkeiten digitaler Bildkorrekturen.....	28
Künstlerische Bildgestaltung mit Reflexen	29
Der Weg zur „T*-Optik“	31
Zur Funktionsweise von reflexmindernden Schichten.....	31
Zur Geschichte der T- und T*-Optik.....	34
Die Einzelschicht	37
Die Zweifachschicht – flexibles Äquivalent der Einzelschicht oder achromatisierende Schicht ...	42
Die Dreifachschicht – der Schritt zur Breitbandentspiegelung	45
Komplexe Mehrfachschichten für hochwertige Objektivs	47
Simulation und Optimierung von Geisterbildern in optischen Systemen.....	51
Die Anzahl von Doppelreflexen in der Bildebene und deren Stärke	52
Zweifach- und Vierfach-Reflexe.....	54
Bestrahlungsstärke nicht fokussierter Reflexe	55
Reflexpfade in Fotoobjektiven.....	55
Simulation, Analyse und Optimierung von Geisterbildern in Objektivs	58
Rechenaufwand bei Geisterbildanalysen	60
Zur Geschichte von Rechenanlagen bei ZEISS.....	61
Danksagung.....	64
Literatur	65
Anhang.....	69
A.1: Reflektion und Transmission einer ebenen Welle beim Übergang zwischen zwei Medien .	69
A.2: Reflektivität einer Einzelschicht	71
A.3: Berechnung von Mehrfachschichten	73
A.4: Reflektivität einer Zweifachschicht.....	73
A.5: Reflektivität einer Dreifachschicht	74

Einleitung

Vor 80 Jahren begann die Geschichte der T*-Optik bei ZEISS, die Glas „unsichtbar“ machte. Die Verminderung von Reflexionen der an Luft angrenzenden Glasflächen gehört zu den herausragenden Fortschritten der technischen Optik im vorigen Jahrhundert. Reflexmindernde Schichten haben die Leistung optischer Systeme erheblich verbessert und haben die Voraussetzung für den Bau komplexer Optiken mit vielen Linsen, wie hochwertigen Retrofokus- oder Zoom-Objektiven, geschaffen.

Wir zeigen anhand von Bildmaterial, welche Qualitätssteigerung reflexmindernde Schichten schaffen. Außerdem besprechen wir die Funktionsweise von Anti-Reflex-Beschichtungen und die Optimierung des Reflexverhaltens von Objektiven bei der Entwicklung optischer Systeme.

Antireflexbeschichtung und Bildqualität

Wir hatten schon in einem früheren in diesem Forum erschienenen Artikel (Blahnik (2014)) Vergleichsbilder eines (für Versuchszwecke) unbeschichteten ZEISS Planar 2,8/80mm mit einem entsprechenden ZEISS T*-beschichteten Objektiv gezeigt. Wir zeigen im Folgenden einen Vergleich des ZEISS Distagon 2,8/21 ZE mit der entsprechenden für Demonstrationszwecke unbeschichteten Variante. Dieses Objektiv enthält 26 an Luft angrenzende Linsenflächen.

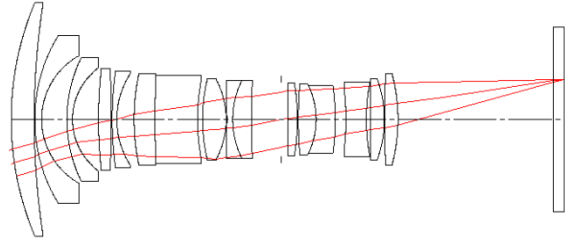


Abb. 1.1: Linsenschnitt Distagon 2,8/21 ZE: Das Objektiv besteht aus 29 brechenden Flächen, von denen 26 Linsenflächen an Luft angrenzen.

Schon beim bloßen Betrachten der Objektive unter heller Beleuchtung sieht man auf dem unbeschichteten Objektiv starke Reflexionen im gleichen Farbton der Lichtquelle (z. B. matt weiß bei weißer Quelle), während das T*-beschichtete Objektiv sehr schwache, leicht purpurne oder grüne Reflexionen zeigt (vgl. Abb. 1.2). Auf die Stärke sowie die Farbtöne der Reflexionen gehen wir im Kapitel „Der Weg zur T*-Optik“ noch ausführlich ein.



Abb. 1.2: Distagon 2,8/21 ZE unbeschichtet (links) und T*-beschichtet (rechts). (Abbildung: Andreas Bogenschütz.)

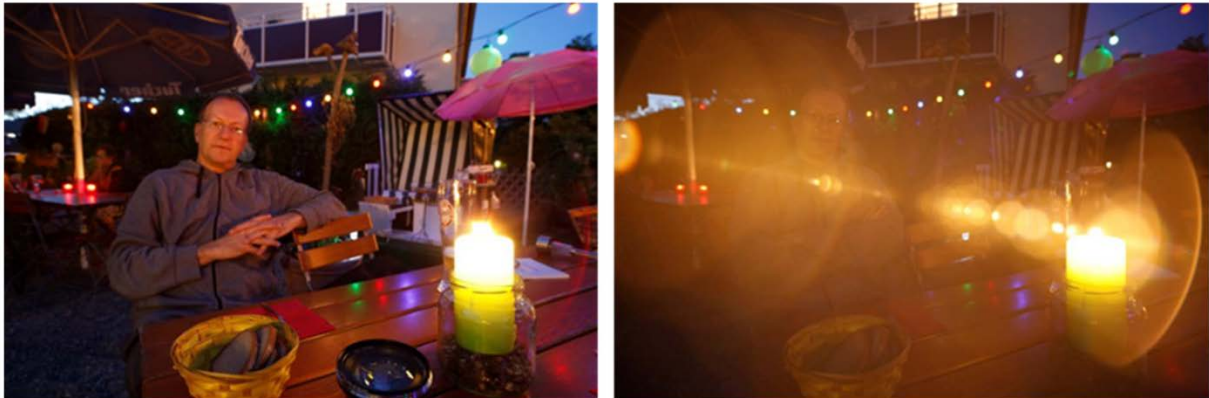


Abb. 1.3: Aufnahme mit Distagon 2,8/21 ZE (links) und mit dem unbeschichteten Demo-Objektiv (rechts).

Die Punktbildfunktion eines Objektivs

Die Abb. 1.3 zeigt eine Aufnahme jeweils mit dem Distagon 2,8/21 ZE im Vergleich zum unbeschichteten Demonstrationsobjektiv. Beim unbeschichteten Objektiv erzeugen die stark reflektierenden Linsen helle Geisterbilder der Kerze. Das reflektierte Licht überdeckt große Bereiche des Bildes. Die Aufnahme ist ruiniert. Dagegen sind die Reflexe beim T*-vergüteten Objektiv so viel schwächer, dass Bildinformationen auch in den dunkleren Bereichen des Bildes fast vollständig erhalten bleiben.

Die Flamme der Kerze ist, bezogen auf den gesamten Bildausschnitt, sehr klein, fast „punktförmig“. Dieses Bild der sehr kleinen

Lichtquelle kann man deshalb annäherungsweise als Punktbildfunktion (point spread function, PSF) des Objektivs für diesen Objektpunkt bezeichnen.

Diese PSF oder Reflexlichterkette einer Lichtquelle enthält desto mehr Elemente, je mehr Linsen das Objektiv hat, nämlich $(n^2+n)/2$, wobei n die Anzahl der brechenden Flächen ist. Die genaue Lage, Form, Farbe und Intensität dieser Elemente, also der einzelnen Reflexbilder der verschiedenen optischen Flächen des Objektivs, ist individuell vom optischen System abhängig. Die Abb. 1.4 und 1.5 zeigen die Strahlengänge einzelner Reflexe, wie sie durch Reflektion an einem bestimmten Paar reflektierender Flächen entstehen.

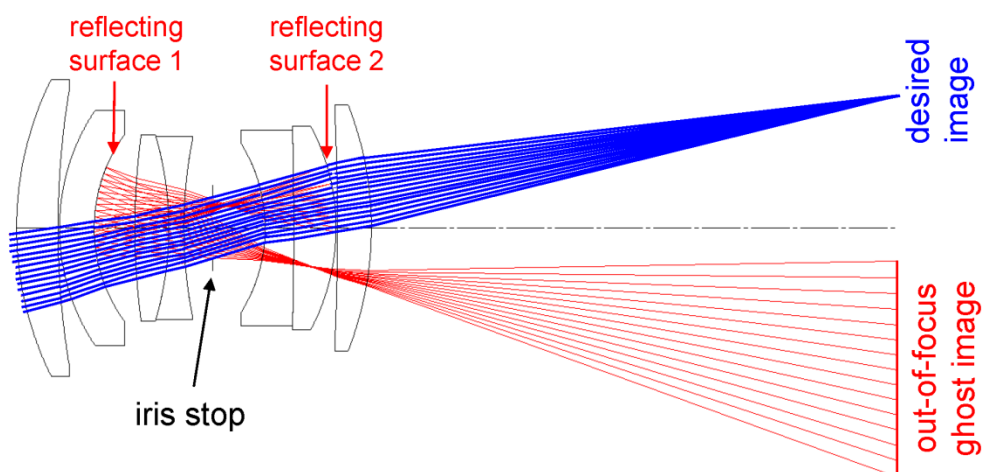


Abb. 1.4: Strahlengang für einen defokussierten Ghost. Dieser hat die Form der Irisblende (vgl. Abb. 1.6).

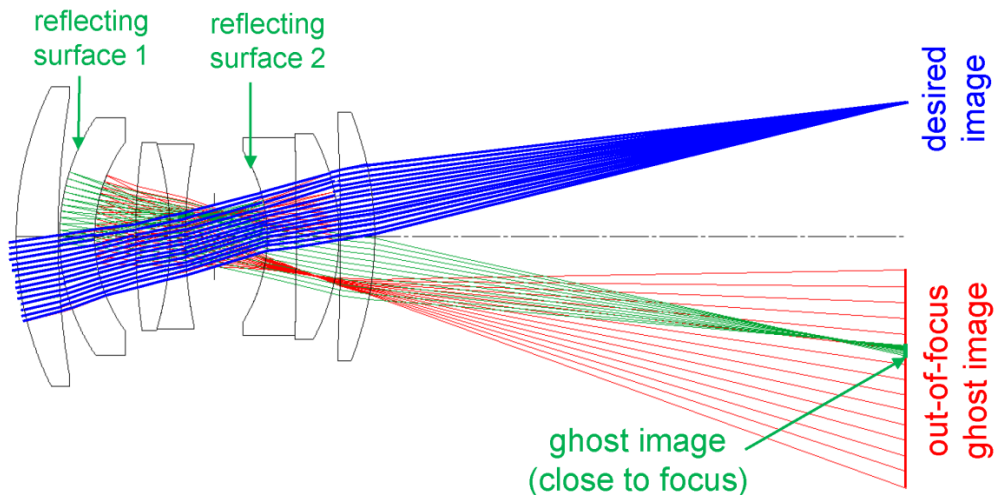


Abb. 1.5: Strahlengang für einen (nahezu) fokussierten Ghost.

Die Abb. 1.6 zeigt diese Reflexe bei einer realen Aufnahme mit diesem Objektiv. Das nahezu fokussierte Geisterbild aus Abb. 1.5 ist als heller kleiner Fleck zu sehen, während das defokussierte Geisterbild des Lichtpfades entsprechend Abb. 1.4 über einen großen Bereich verteilt ist, die Form der Irisblende hat (hier bestehend aus 5 Lamellen) und in der Intensität viel schwächer als der fokussierte Reflex ist.

Da das Objektiv rotationssymmetrisch ist, also seine Linsen symmetrisch zur optischen Achse angeordnet sind, verläuft die Reflexlichterkette entlang einer Linie von der Lichtquelle durch die Bildmitte (Abb. 1.7). Die Form der einzelnen Reflexbilder ist dabei symmetrisch zu dieser Achse. Der Grund dafür ist, dass die Lichtstrahlen, die von einem Objektpunkt ausgehen, im Objektiv symmetrisch zur sogenannten tangentialen Ebene verlaufen. Die Tangentialebene ist die gemeinsame Ebene der optischen Achse und des Hauptstrahls, d.h. des Strahls der durch die Blendenmitte verläuft. Diese Symmetrie gilt sowohl für die Brechung des Lichts an den Linsenflächen, wie auch für die Reflexion des Lichtanteils, der gespiegelt wird.

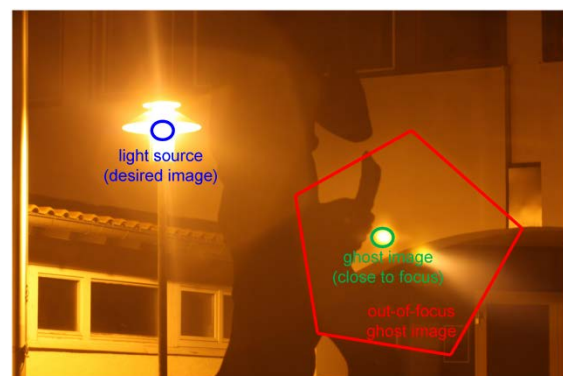
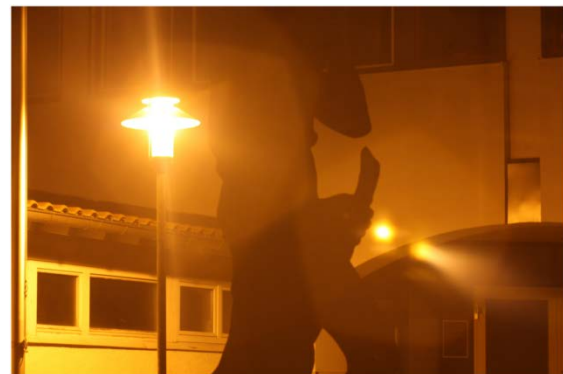


Abb. 1.6: Geisterbilder einer realen Aufnahme mit dem unbeschichteten Demo-Objektiv 2,8/80mm bei Blende f/8. In der Abbildung darunter sind die Geisterbilder entsprechend der Reflexpfade aus Abb. 1.4 und 1.5 gekennzeichnet.



Abb. 1.7: Symmetrieachse der Punktbildfunktion für ein rotationssymmetrisches Objektiv.

Eine weitere Folge der Rotationssymmetrie eines Objektivs ist, dass das Punktbild bezüglich dieser Symmetrieachse gleich bleibt, wenn die Lichtquelle im gleichen Abstand zur Bildmitte bleibt. Ändert sich der Abstand der Lichtquelle zur Bildmitte, dann ändert sich die Erscheinung der Lichterkette, da jeder einzelne Reflex von den verschiedenen optischen Flächen des Objektivs im allgemeinen an einer anderen Stelle in der Bildebene auftritt und auch seine Form verändert (vgl. Abb. 1.8).

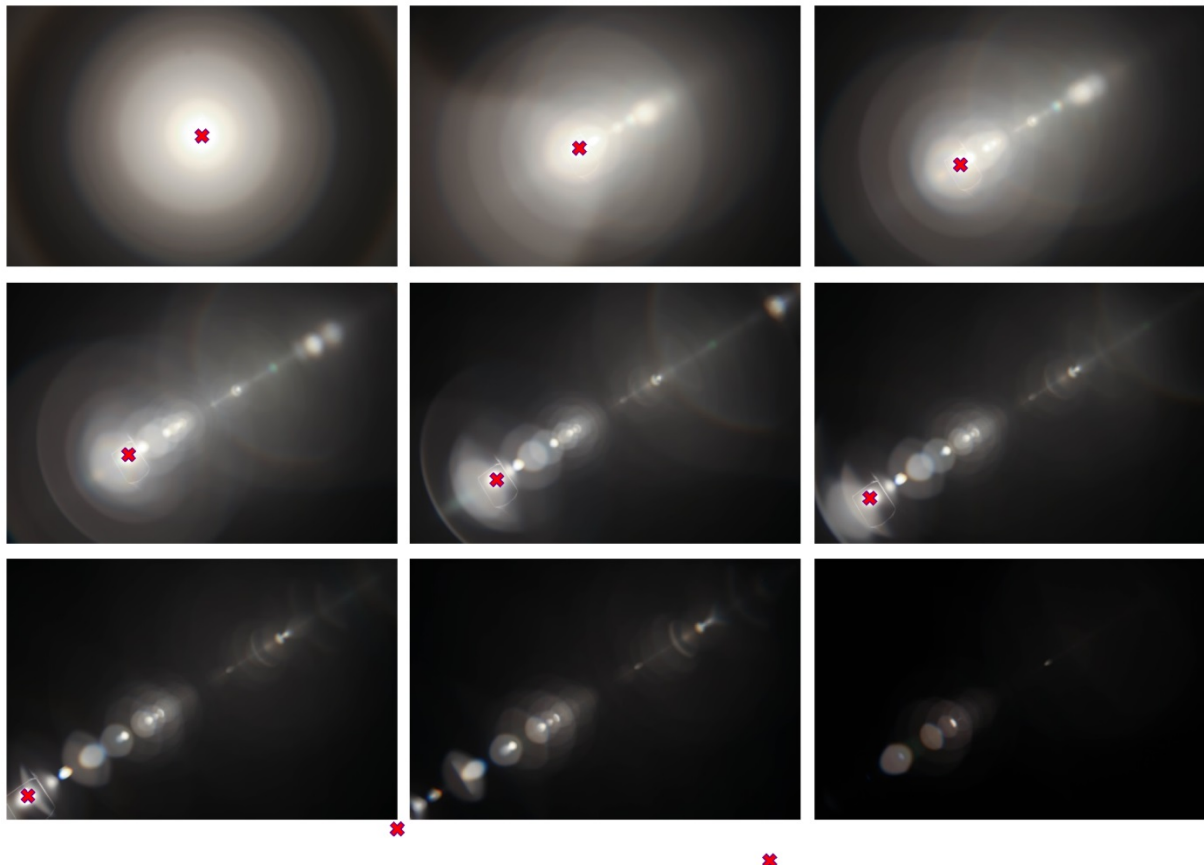


Abb. 1.8: Reflexbilder bei verschiedenen Entfernungen der Lichtquelle (jeweils als rotes Kreuz gekennzeichnet) von der Bildmitte.

Die Geisterbild-Punktbildfunktion hängt auch von der Blendenzahl ab: Die Anzahl und Lage der einzelnen Reflexe bleibt beim Abblenden bestehen, allerdings ändern sich Größe, Form und Verteilung der einzelnen Reflexe. Bei großer Objektivöffnung ist die Intensitätsverteilung oft sehr inhomogen, infolge der starken Aberrationen entlang der Reflexpfade. Es kann bei größeren Öffnungen zu lokalen Lichtkonzentrationen kommen, sogenannten Kaustiken, bei denen das Licht z. B. sichelförmig konzentriert ist (wie am rechten Bildrand in Abb. 1.7).

Beim Abblenden werden diese Intensitätsverteilungen homogener und die stark defokussierten Reflexe nehmen die eckigere Form der Irisblende an.

Es kann außerdem passieren, dass Reflexbilder zweier Flächen nur durch einen kleinen Bereich in der Mitte der Blende in die Bildebene gelangen. Die Bestrahlungsstärke dieses Reflexes in der Bildebene ist dann beim Abblenden gleich groß, allerdings sinkt die Bestrahlungsstärke des Nutzlichts, also des für die Abbildung „genutzten“ (nicht-reflektierten) Lichts (vgl. Abb. 1.10), infolge der verkleinerten Blende. Damit wird die Reflexstärke relativ zur Nutzlichtstärke größer. Aus diesen Gründen wird die Reflexintensität relativ zur Stärke der abgebildeten Lichtquelle beim Abblenden oft größer.

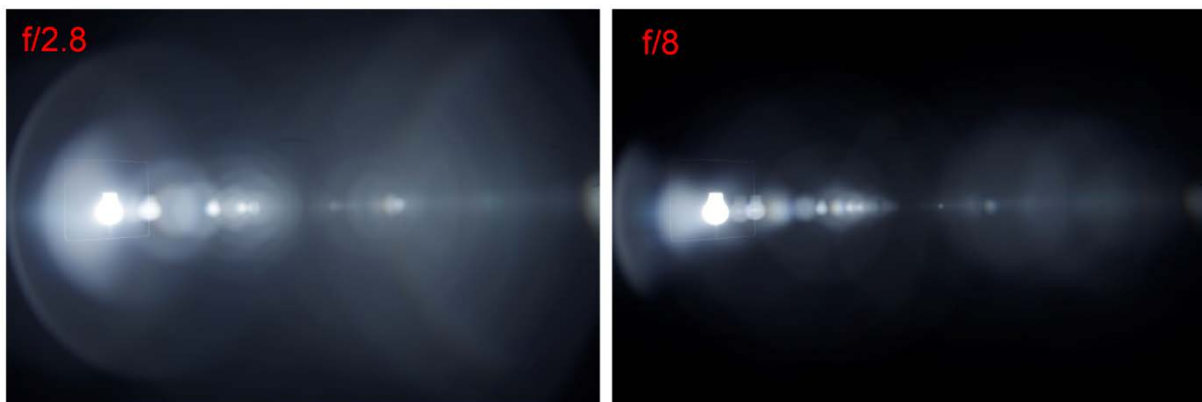


Abb. 1.9: Reflexbilder bei verschiedenen Blendenzahlen: $f/2.8$ und $f/8$ (unbeschichtetes Demo-Objektiv Distagon 2,8/21 ZE).

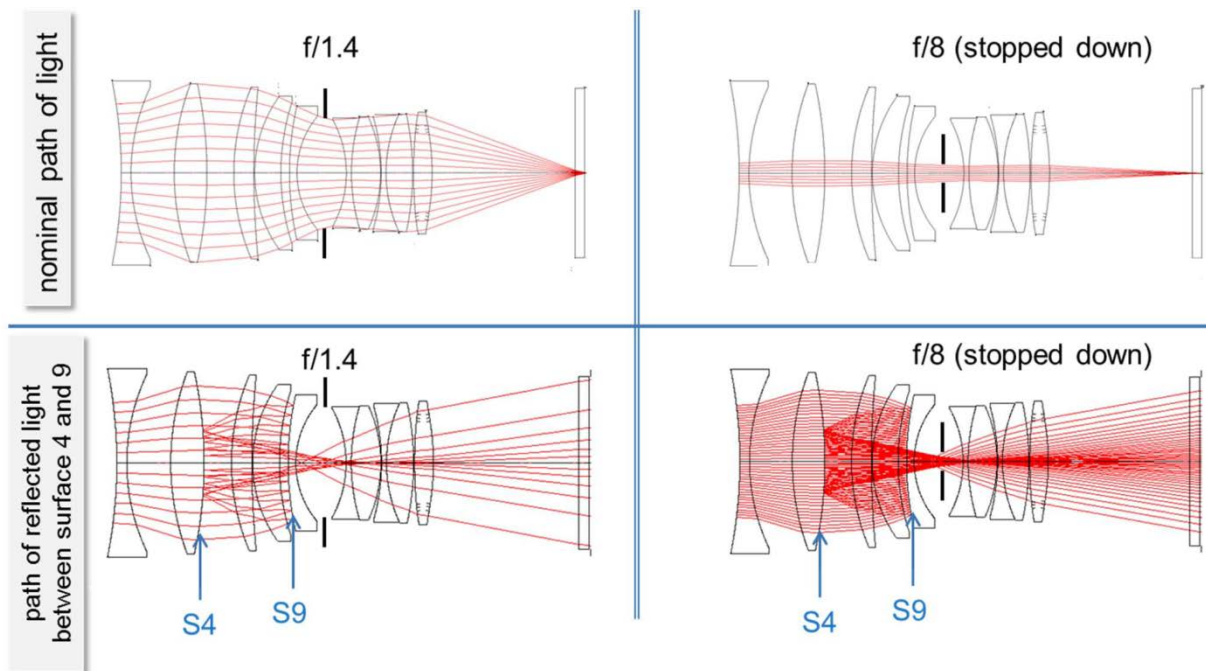


Abb. 1.10: Bei Reflexpfaden, bei denen das reflektierte Licht vorwiegend durch den Bereich in der Mitte der Blende geht, ändert sich die Intensität des reflektierten Lichts beim Ablenden nicht. Der Anteil des Nutzlichts (dargestellt in der oberen Zeile) wird aber entsprechend dem Quadrat der Blendenzahl kleiner. Damit steigt der Anteil des Störlichts (also des reflektierten Lichts; dargestellt in der unteren Zeile) zum Nutzlicht beim Ablenden. Wir haben zur Verdeutlichung in der Darstellung oben im Nutzstrahlengang jeweils die gleiche Anzahl an Strahlen eingezeichnet und die Strahldichte für den jeweiligen Reflexpfad beibehalten.

Des Weiteren hängt die Reflexfunktion auch von der Objektentfernung ab, da sich der Lichtweg durch das Objektiv ändert, und bei Zoomobjektiven natürlich auch von der Brennweite. Aus diesen Gründen prüfen wir die Objektive während der Entwicklung bei verschiedenen Lichtquellenpositionen, Blendenzahlen, Objektentfernungen und Brennweiten (vgl. Abschnitt „Simulation und Optimierung von Geisterbildern in Fotoobjektiven“ in diesem Artikel).

Es kann zu Reflexbildern außerhalb der Symmetrieachse kommen, wenn helles Licht auf Staubkörner oder Fettflecken trifft und von dort in die Bildebene gestreut wird. Abb. 1.11 zeigt ein Bild mit mehreren Streulichteffekten mit verschiedenen physikalischen Ursachen.



Abb. 1.11: Bild mit Falschlicht verschiedenen physikalischen Ursprungs: 1. Geisterbilder durch Reflektionen an Linsenflächen (Lichterkette durch Lichtquelle und Bildmitte), 2. An Staubkörnern oder anderem gestreutes Licht (außerhalb der optischen Symmetrieachse), 3. Streulichtuntergrund. Die (stark übersättigte) Lichtquelle erscheint bei abgeblendeter Irisblende „sternförmig“. (Die Welligkeit hängt mit der Lamellenzahl zusammen.) (Abbildung von Dr. Hubert Nasse.)

Weitere von der Rotationssymmetrie abweichende Geisterbilder können durch Reflexionen an Mikrolinsen direkt über dem Bildsensor entstehen (vgl. Abb. 1.12). Diese Mikrolinsen erhöhen die Effizienz der Bildsensoren, indem sie das Licht durch einen wenige Mikrometer dicken Substratbereich vorbei an Leiterstrukturen zur photoelektrischen Schicht führen. Entsprechend der regelmäßigen periodischen Anordnung der Bildpixel, erscheinen diese Reflexbilder meist in regelmäßiger gitterförmiger Anordnung um die Lichtquelle. Liegt die Lichtquelle weiter am Feldrand, so werden diese Geisterbilder in Folge des schrägen Einfalls auf die Mikrolinsen zunehmend verzerrter.



Abb. 1.12: Geisterbilder der Sonne durch das Mikrolinsengitter direkt über den Pixeln des Bildsensors.

Das Aussehen der PSF hängt stark von der Stärke der Lichtquelle ab. Die relative Helligkeit der Reflexbilder im Vergleich zur Lichtquelle und zu anderen (ggf. überdeckten) Motiven im Bild ist das entscheidende Maß für Qualitätsverluste von Bildern mit hohem Dynamikbereich oder Kontrastumfang.

In Abb. 1.13 sind die Reflexbilder einer Lichtquelle, einer Glühlampe, dargestellt, wobei die Glühlampe im ersten Bild (links oben) so aufgenommen wurde, dass der Helligkeitstonwertbereich gerade ausgeschöpft ist und an keiner Stelle überbelichtet ist. In den benachbarten Bildern wurde die Belichtungszeit jeweils um einen Faktor 4 (also 2 EV) erhöht. „EV“ ist die Abkürzung für „exposure value“, oft auch „Blendenstufe“ („f-stop“) genannt. „1 EV“ entspricht einem Faktor 2. Die Lichtquelle ist bei „+2 EV“ also um den Faktor 4 überbelichtet, wird aber in der Sättigung vom Sensor gleichbleibend mit dem maximalen Helligkeitwert (z.B. im jpg-Format mit 8 Bit, also dem Wert 255) dargestellt, während die Reflexbilder zunehmend sichtbar werden.

Man entnimmt den Belichtungsserien, dass Reflexe beim T*-vergüteten Objektiv im Vergleich erst bei viel höherer Überbelichtung der Lichtquelle sichtbar werden. So sind bei +12 EV, also einer um den Faktor $2^{12}=4096$ den Helligkeitsbereich überstrahlenden Lichtquelle beim T*-vergütetem Objektiv keine Reflexe außerhalb der Lichtquelle zu erkennen, während beim unbeschichteten Objektiv der gesamte Bildbereich von hellen Reflexbildern überdeckt ist.

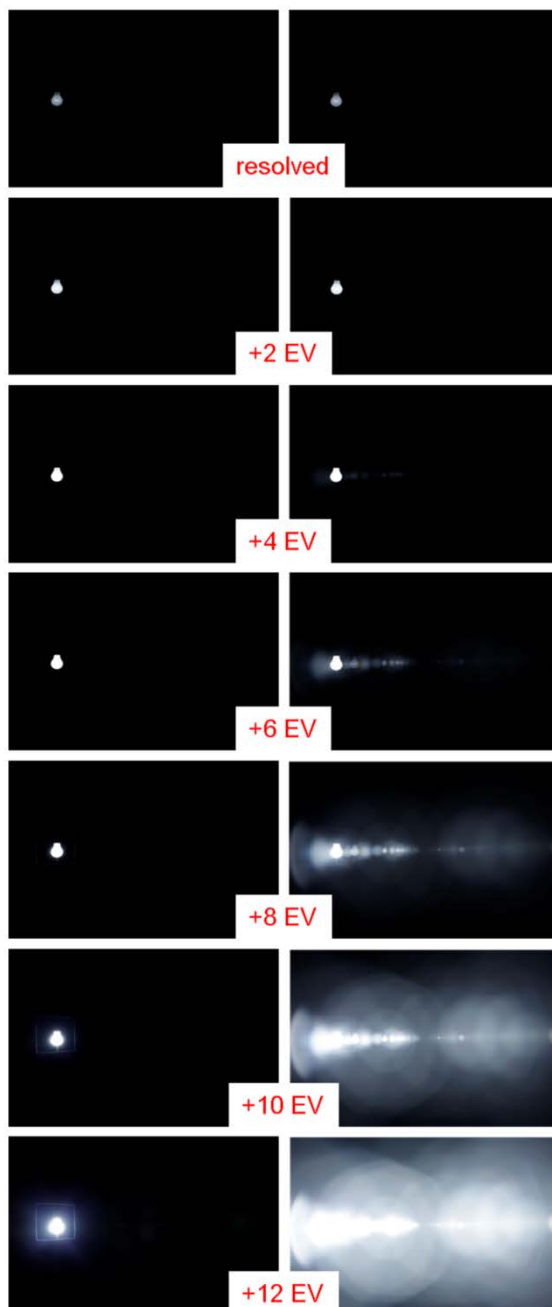


Abb. 1.13: Belichtungsserie des ZE 2,8/21mm T* im Vergleich zum nicht beschichteten Demonstrationsobjektiv 2,8/21mm bei Blende f/8 ausgehend von der im Helligkeitsumfang aufgelösten Glühlampe (links oben) jeweils in +2EV-Schritten länger belichtet.

Man kann die Informationen aus der Sequenz von Bildern der Belichtungsreihe zu einer einzigen Darstellung der Punktbildfunktion kombinieren, die sich über den gesamten Helligkeitsbereich erstreckt. Abb. 1.14 zeigt diese PSF aufgetragen im logarithmischen Maßstab auf der linken Achse in Blendenstufen oder „exposure values“ (EV) (also Logarithmus zur Basis 2) und auf der rechten Achse direkt in relativer Intensität (aufgetragen als Logarithmus zur Basis 10). In diesem Fall (Distagon 2,8/21 ZE) beträgt der Unterschied zwischen dem beschichteten und unbeschichteten Objektiv grob etwa 8 Blendenstufen oder 2,5 Größenordnungen. Zu allgemeinen Zusammenhängen des Streulichtunterschieds verschiedener Objektive kommen wir im letzten Abschnitt zu sprechen.

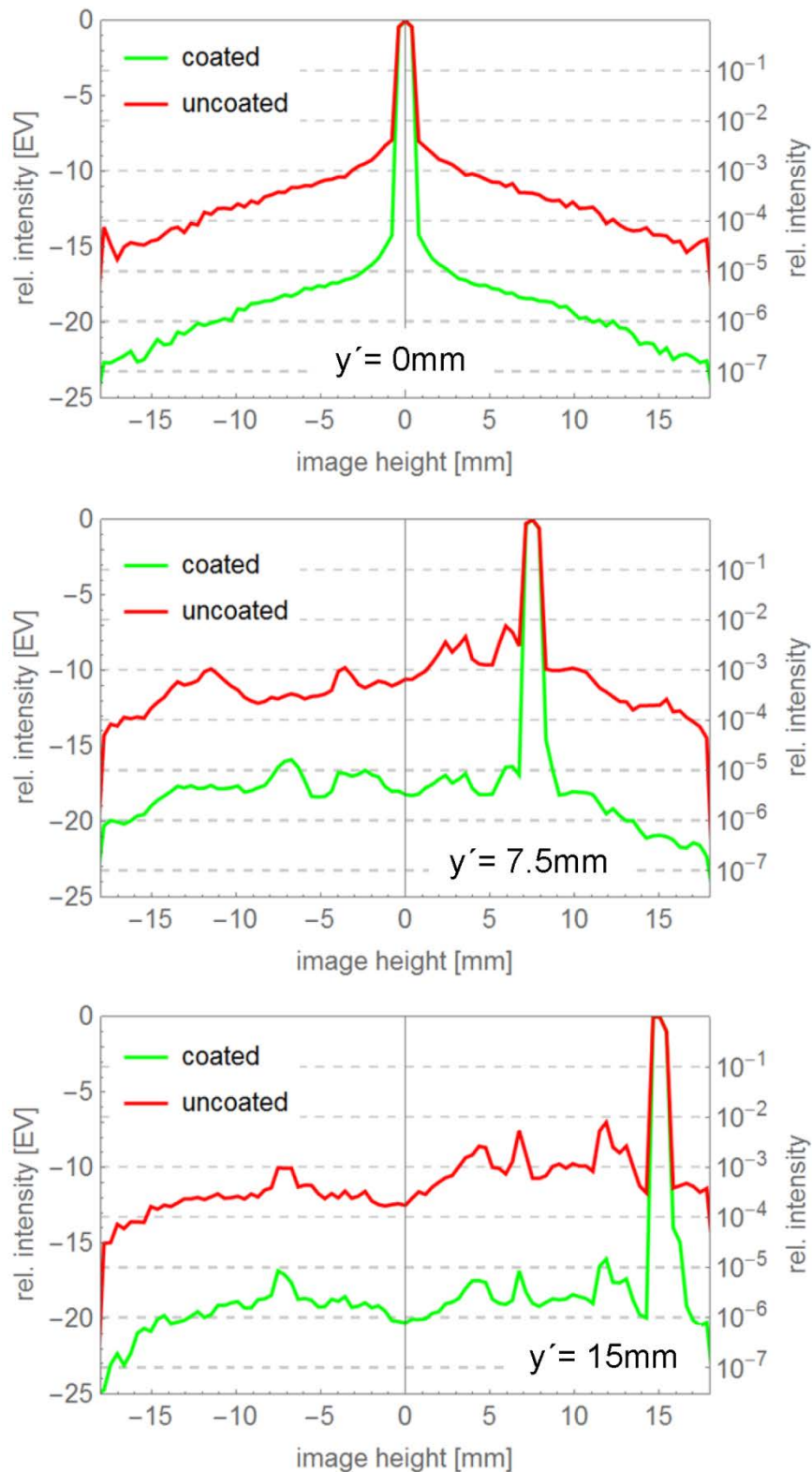


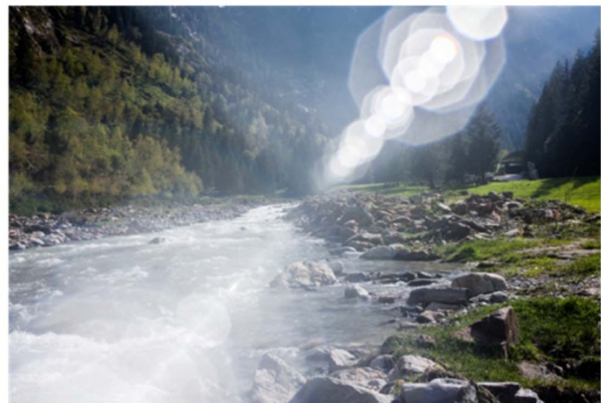
Abb. 1.14: Punktbildfunktion (point spread function, PSF) entlang der Achse durch die Bildmitte und die Lichtquelle vom Distagon 2,8/21 ZE im Vergleich zum unbeschichteten Demo-Objektiv. Die linke Skala stellt die Blendenstufen (also exposure values oder EV), die rechte direkt die relative Intensität dar. In den drei Graphen liegt die Lichtquelle bei 0, 7.5 bzw. 15mm Bildhöhe.

Vergleichsaufnahmen beschichteter und unbeschichteter Objektiv

Der Einfluss von Streulicht und Geisterbildern auf die Bildqualität hängt stark vom Bildmotiv ab. Dies zeigen die Vergleichsbilder des Distagon 2,8/21 ZE zum unbeschichteten Demo-Objektiv in Abb. 1.15. Bei diffuser Beleuchtung mit geringen Helligkeitsunterschieden werden die Bilder infolge des Streulichtschleiers kontrastärmer und blasser in

der Farbwiedergabe (Abb. 1.15 c, d, g, h, k, m, o). Dabei ist eine Reduktion des „Makro-Kontrasts“ (vgl. Nasse (2008)) gemeint, der sich über große Teile des Bildes erstreckt. Durch lokale helle Lichtquellen dagegen, wie die Sonne oder bei Nachtaufnahmen Straßenbeleuchtung oder Scheinwerfer, entstehen Geisterbilder, die große Bereiche des Bildes störend überdecken (Abb. 1.15 a, b, e, f, i, j, r, s, v).

a)



b)



c)



d)



e)



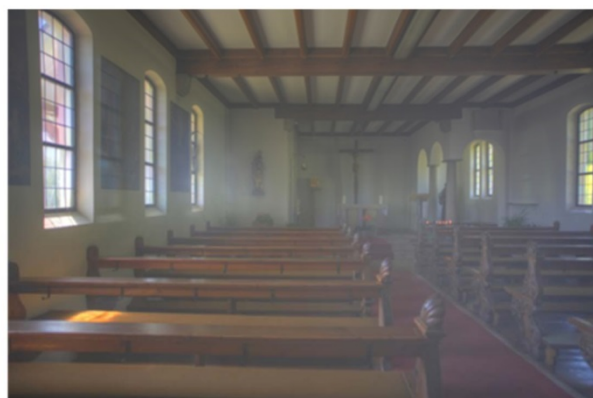
f)



g)



h)



i)



j)



k)



l)



m)



n)



o)



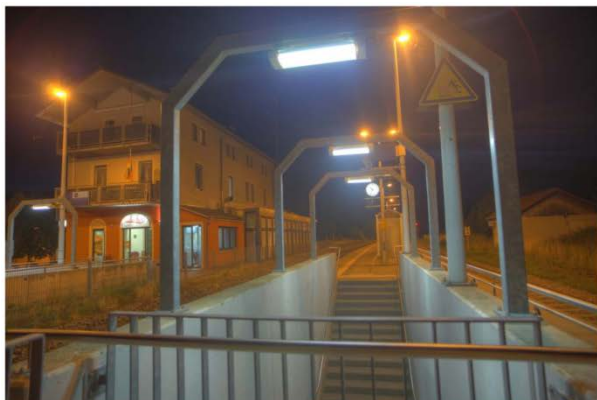
p)



q)



r)



s)



t)



u)



v)



Abb. 1.15: Vergleich von Bildern mit dem (T*-beschichteten) Distagon 2,8/21 ZE (links) mit dem entsprechenden unbeschichteten Demo-Objektiv.

Kontrastumfang einer Szene und Dynamikbereich der Bildaufnahme und Bildwiedergabe

Es gibt in der Fotografie häufig Situationen, in denen helle Lichtquellen im oder in der Nähe des aufgenommenen Objektausschnitts sind. Diese Lichtquellen sind einige Größenordnungen heller als der sonst aufgenommene Bildinhalt. Typische Beispiele sind bei der Außenfotografie die Sonne, bei Nachtaufnahmen helle Straßenbeleuchtung oder Autoscheinwerfer und bei Innenaufnahmen Fenster, durch die das viel hellere Außenlicht dringt.

Ob und wie stark Streulicht im Bild stört hängt vom Kontrastumfang der aufgenom-

menen Szene ab. Steinbach (2015) hat für eine Reihe von Bildmotiven typische Werte für den Kontrastumfang ermittelt (vgl. Abb. 1.16). Solange keine sehr hellen Lichtquellen wie die Sonne oder sehr helle Scheinwerfer im Bild oder in unmittelbarer Nachbarschaft des Bildausschnitts sind, überschreitet der Kontrastumfang der Szene selten 14 Blendenstufen. Im Beisein starker Lichtquellen andererseits kann der Kontrastumfang deutlich größer als 20 Blendenstufen sein.

In der Literatur findet man typische Leuchtdichten verschiedener natürlicher und künstlicher Lichtquellen bzw. Umgebungen (z. B. Grant (2011), Palmer, Grant (2010), Jones, Condit (1941)). Einige davon sind in Abb. 1.17 dargestellt.

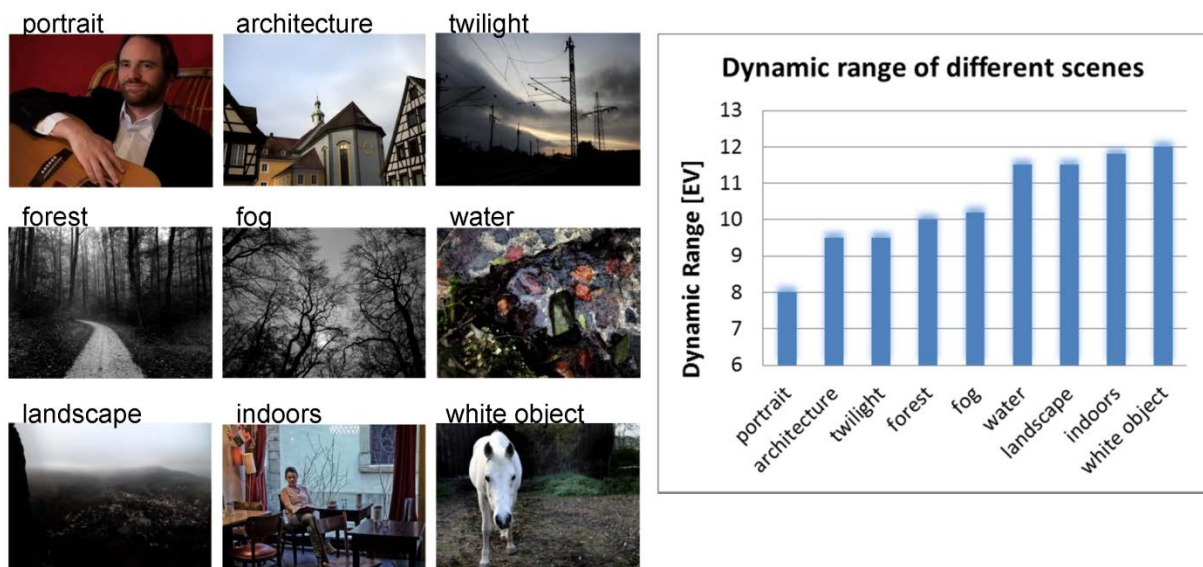


Abb. 1.16: Kontrastumfang verschiedener Bildmotive (aus Steinbach (2015)).

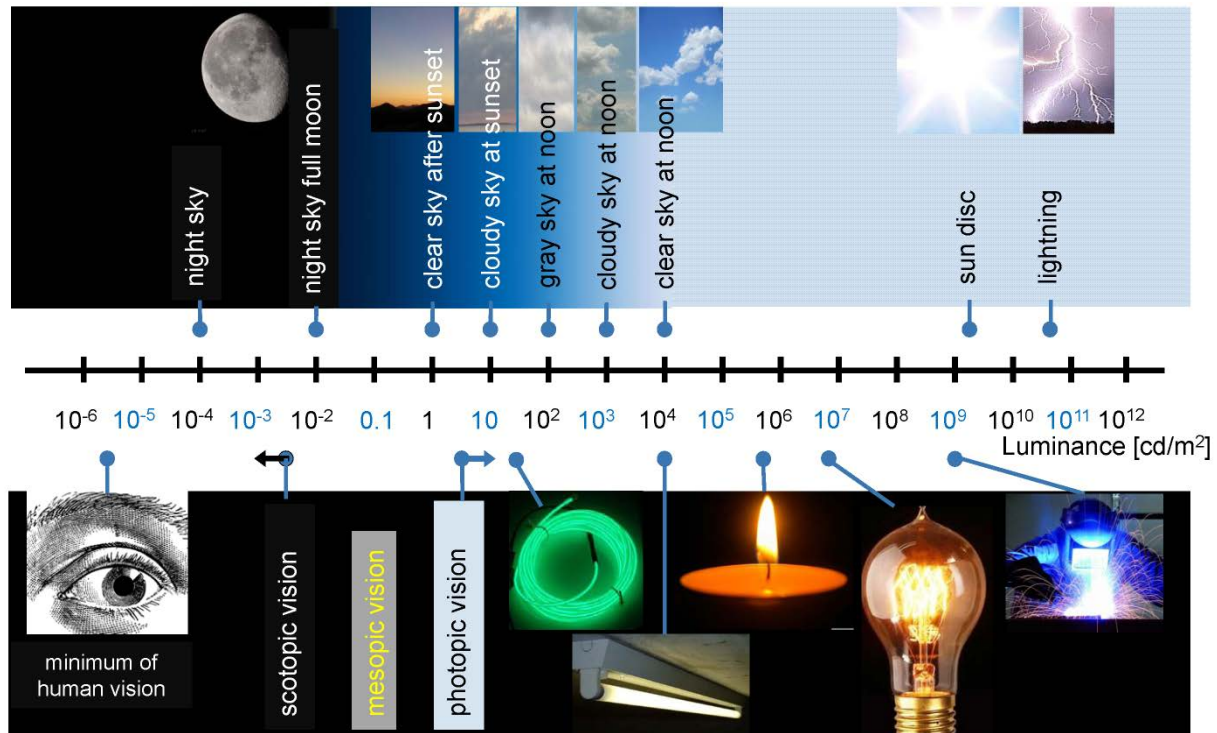


Abb. 1.17: Typische relative Helligkeiten verschiedener natürlicher Szenen und Lichtquellen (Daten aus Grant (2011)).

Den Zusammenhang zwischen der auf den Bildsensor auftreffenden physikalischen „Intensität“ des Lichts (horizontale Achse) und dem ausgegebenen digitalen Zahlenwert (vertikale Achse) beschreibt die sogenannte OECF (opto-electronic conversion function). Die OECF wird oft einfach Kamerakennlinie („response curve“) genannt. Der genaue Begriff für „Intensität“ in der Bildebene ist in der Radiometrie der Begriff „Bestrahlungsstärke“ (englisch: „irradiance“), der Strahlungsleistung pro Fläche, gemessen in Watt pro Quadratmeter (W/m^2). Für sichtbares Licht geht man mit der nach CIE genormten Hellempfindlichkeitskurve des menschlichen Auges bei Tageslicht zur entsprechenden photometrischen Größe „Leuchtdichte“ oder „Luminanz“ (englisch: „luminance“) über, die in Candela pro Quadratmeter (cd/m^2) gemessen wird.

Für die Darstellung des Sensor-Signalwerts D auf der vertikalen Achse des OECF-Graphen nimmt man entweder eine auf den Maxi-

malwert normierte Skala ($0 \leq D \leq 1$) oder direkt die nicht-normierte Skala bis zum maximalen Signalwert (Grauwert bzw. Farbwert) der digitalen Kamera. Diese Signalwerte werden üblicherweise als Binärzahlen ausgedrückt. So hat man bei komprimierten Bildern (z. B. jpg-Format) meist 8 Bit, also $2^8 = 256$ Werte pro RGB-Farbkanal. In „Raw“-Bildformaten deutlich mehr, wie z. B. 14 Bit, also $2^{14} = 16384$ Hellwerte pro RGB-Farbkanal.

Für den mittleren Helligkeitsbereich besteht oft ein näherungsweise logarithmischer Zusammenhang zwischen Helligkeitswert D und Leuchtdichte L , also $D \sim \log L$, so dass die Leuchtdichte meist in logarithmischer Skala dargestellt wird. Abb. 1.18 zeigt ein Beispiel einer OECF einer Digitalkamera.

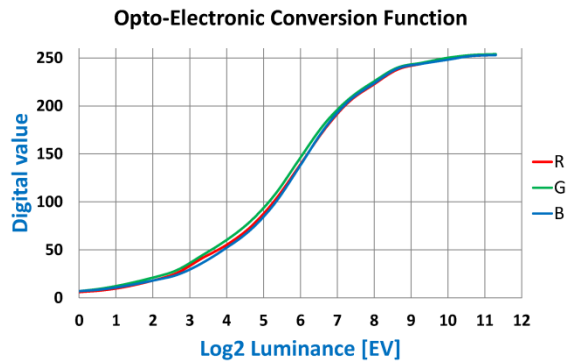


Abb. 1.18: Typische Kennlinie oder OECF (opto-electronic conversion function) eines Bildsensors. Die Leuchtdichte in der Bildebene, dargestellt in logarithmischen Einheiten auf der horizontalen Achse (hier Logarithmus zur Basis 2, also Blendenstufen oder EV), wird nach der Bildaufnahme durch die auf der vertikalen Achse angegebenen Helligkeitswerte dargestellt (oder „konvertiert“).

Da bei der Betrachtung von Kontrastumfängen, also der maximalen Variation der Leuchtdichte in einer Szene, im Wesentlichen nur relative Unterschiede relevant sind, verzichtet man meist auf die physikalische Einheit cd/m^2 und verwendet stattdessen einheitenlose, relative Skalen. Die Literatur und Praxis ist hier leider nicht einheitlich: Verwendet werden (mit der Bezeichnung „r“ für das Verhältnis des maximalen zum minimalen Luminanzwert)

- das „Kontrastverhältnis“ $r : 1$
- die Anzahl von „Blendenstufen“, „Bits“ oder „exposure values“ (EV); mit Angabe in der Form „ $\log_2(r)$ EV“
- die „Größenordnung“ $\log_{10}(r)$
- die Anzahl von „Dezibel“ (dB); mit Angabe in der Form „ $10 \cdot \log_{10}(r)$ dB“

(Bemerkung: Leider werden bei „Dezibel“ in der Literatur verschiedene Konventionen verwendet, nämlich $10 \cdot \log_{10}$ und $20 \cdot \log_{10}$. Der Ursprung dieser zwei Konventionen mag aus der (unpassenden) Übertragung aus der Akustik oder Elektronik kommen, wo diese logarithmische Skala sowohl für die Schallpegel-Amplitude bzw. die Spannung wie auch für die jeweilige Leistung (proportional

zum Quadrat von Amplitude bzw. Spannung) verwendet wird. Durch Quadrieren wird dann $10 \cdot \log_{10}(x^2) = 20 \cdot \log_{10}(x)$. Dies ist in einigen Darstellungen mit Schwerpunkt Sensortechnik (vgl. z. B. Darmont (2012), S.4f und dort angegebene Quellen) üblich: Dort wird für „dB“ $20 \cdot \log_{10}(x)$ verwendet (so entspricht dort die Angabe „100dB“ einem Luminanzunterschied von 5 Größenordnungen). Allerdings ist dieses Quadrieren für photometrische Größen nicht passend, da diese bereits in der Dimension einer Leistung vorliegen.)

Eine praktische Merkregel für die Umrechnung von Größenordnungen (\log_{10}) in Blendenstufen (\log_2) ist:

Anzahl Größenordnungen $\approx 0.3 \cdot$ (Anzahl Blendenzahlen)

oder

$3 \frac{1}{3} \cdot$ (Anzahl Größenordnungen) \approx (Anzahl Blendenzahlen).

Der genauere Wert für das Verhältnis ist $\log_2(x) / \log_{10}(x) = 3.3219\dots$. So entsprechen 3 Größenordnungen etwa 10 Blendenstufen.

Die Tabellen 1.19 a) und 1.19 b) fassen die Umrechnungen zwischen diesen relativen Einheiten zusammen.

Exposure values	Orders of magnitude	Ratio
$EV = \log_2(r)$	$M = \log_{10}(r)$	$R = r : 1$
0.0	0	1.00
1.7	0.5	3.16
3.3	1	10
5.0	1.5	31.6
6.6	2	100
8.3	2.5	316
10.0	3	1000
11.6	3.5	3162
13.3	4	10000
14.9	4.5	31623
16.6	5	100000
18.3	5.5	316228
19.9	6	1000000
21.6	6.5	3162278
23.3	7	10000000

Abb. 1.19 a): Umrechnung von Maßen für den Dynamikbereich (Abkürzung r wie „range“); ausgehend von Größenordnung M bzw. Verhältniswert $10^M:1$.

Exposure values	Orders of magnitude	Ratio
$EV = \log_2(r)$	$M = \log_{10}(r)$	$R = r : 1$
0	0.00	1
1	0.30	2
2	0.60	4
3	0.90	8
4	1.20	16
5	1.51	32
6	1.81	64
7	2.11	128
8	2.41	256
9	2.71	512
10	3.01	1024
11	3.31	2048
12	3.61	4096
13	3.91	8192
14	4.21	16384
15	4.52	32768
16	4.82	65536
17	5.12	131072
18	5.42	262144
19	5.72	524288
20	6.02	1048576

Abb. 1.19 b): Wie 1.19 a), ausgehend von EV, also Verdoppelung pro Schritt.

Von Interesse ist nun welcher Bereich der Leuchtdichte durch die Helligkeitswerte noch dargestellt werden kann. Dieses Verhältnis aus dem größten zum kleinsten darstellbaren Wert der Leuchtdichte ist der Dynamikbereich. Bezüglich der OECF einer digitalen Kamera ist der Dynamikbereich in der ISO 14524 definiert.

Der Dynamikbereich, also der Umfang an unterscheidbaren Leuchtdichten bei der Aufnahme liegt bei heutigen digitalen Consumer-Kameras im Bereich von etwa 10 bis 14 EV bei niedriger ISO-Empfindlichkeit (also ISO 100) und sinkt zu größeren ISO-Werten typischerweise mit 0.6-1.1EV pro ISO-Stufe. So liegt der Dynamikbereich bei hoher Empfindlichkeit ISO 6400 meist im Bereich zwischen 6 und 9 EV. Man findet auf der Internet-Seite von DxOMark eine umfangreiche Datenbank vieler Kameras mit Messdaten des Dynamikbereichs. Abb. 1.20 zeigt eine Entwicklung des Kontrastumfangs verschiedener Kameras über die vergangenen Jahre nach Messungen von DxOMark. Der Dynamikbereich von Bildsensoren steigt demnach stetig an. Überdies sind vermehrt und in steigender Qualität schnelle Belichtungsreihen möglich, die nachträglich in HDR-Bildverarbeitungsprogrammen und teilweise auch kameraintern zu HDR-Bildern verarbeitet werden können. Mittlerweile werden in vielen Digitalkameras, darunter auch Handykameras, HDR-Bilder aus einer automatischen Belichtungsreihe berechnet.

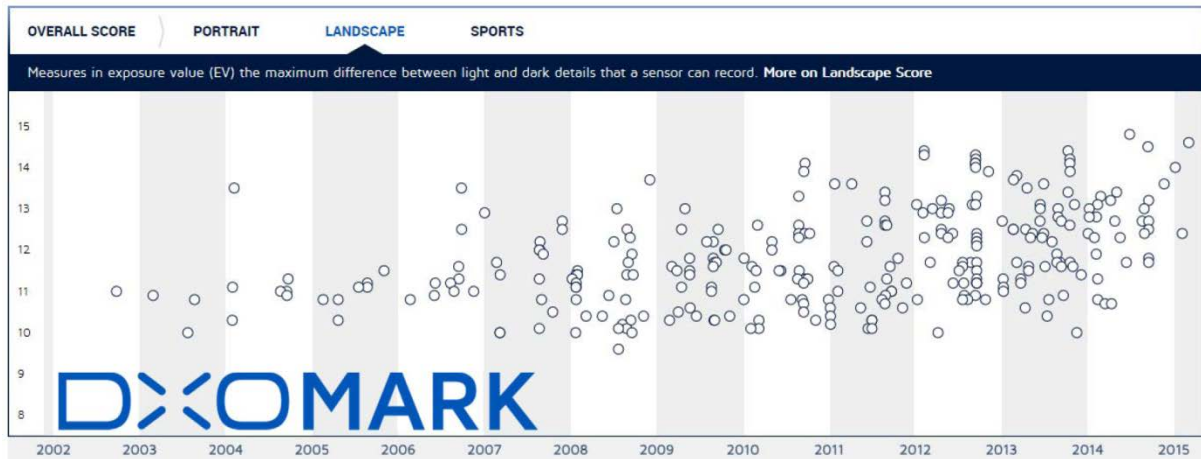


Abb. 1.20: Entwicklung des Dynamikbereichs digitaler Kameras über die letzten Jahre (Messungen von DxOMark (<http://www.dxomark.com>)). Mit freundlicher Genehmigung von DxOMark.

Die Erweiterung des Dynamikbereichs durch Kombination mehrerer Bilder, aufgenommen mit verschiedenen Belichtungszeiten, ist nicht neu. Solche Ansätze gab es in der Photographie schon um 1850. So konnte Gustave Le Gray aus zwei verschieden lang belichteten Negativen ein Bild entwerfen, bei dem gleichzeitig das Meer und der viel hellere, wolkige Himmel erkennbar ist. Dies war mit dem damals verfügbaren Film und einer einzelnen Belichtung unmöglich (vgl. Abb. 1.21).



Abb. 1.21: Erweiterung des Dynamikbereichs durch Verbindung zweier Aufnahmen für die gleichzeitige Darstellung des wolkigen Himmels und des (viel länger belichteten) Meeres (Gustave Le Gray, 1850).

Der einfache Bildaufbau mit der Zweiteilung des Bildes am Horizont erleichtert die Erstellung des Bildes. Bei komplexeren Bildkompositionen ist das Zusammenfügen verschiedener Bilddetails aus verschiedenen Helligkeitsbereichen äußerst mühselig. So hat Ansel Adams in tagelanger Kleinarbeit in der Dunkelkammer Negative lokal verschieden stark belichtet („dodging and burning“), um möglichst viel Helligkeitsinformation auf dem positiven Bildausdruck zu erhalten. Adams so hergestellte, eindrucksvolle Landschaftsaufnahmen findet man unter anderem in seinem Bildband „The Print“ von 1950, in dem er auch diese Methode der lokalen Tonwertanpassung genau beschreibt.

In der digitalen Fotografie wurden Verfahren entwickelt, die diese manuelle lokale Tonwertanpassung („tone mapping“) durch globale Verfahren ersetzen (Mann, Picard (1995), Debevec, Malik (1997)). Die Tonwerte dieser „high dynamic range“ (HDR) Aufnahmen, die sich über einen sehr großen Wertebereich erstrecken (z. B. 16 Bit, also $2^{16} = 65536$ Tonwerte, oder mehr) werden dabei auf einen viel kleineren Helligkeitsumfang (oft 8 Bit, also 256 Tonwerte) reduziert. So lässt sich die Information in vorhandenen komprimierten Standardformaten wie „jpg“ auf Bildwiedergabemedien wie Computer-

bildschirmen oder Ausdrucken auf Papier typischerweise mit ähnlich vielen (oder wenigen) Tonwerten darstellen (von heutzutage noch teuren HDR-Monitoren abgesehen). Entsprechend des steigenden Dynamikbereichs der Aufnahme mit Digitalkameras steigt auch der Dynamikbereich der Wiedergabemedien zunehmend an (vgl. Abb. 1.22).

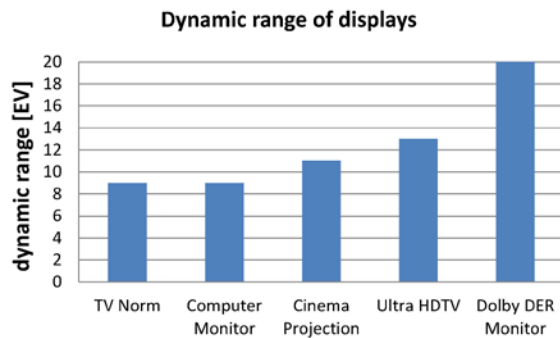


Abb. 1.22: Dynamikbereich verschiedener Wiedergabemedien.

Für die Betrachtung des Bildes auf einem Monitor wird der Signalwert wiederum in eine radiometrische Lichtstärke übersetzt. Die Kennlinie des Monitors, also die Abhängigkeit der spezifischen Ausstrahlung vom Signalwert, ist annäherungsweise wieder ein logarithmischer Zusammenhang. Ist der Monitor nicht in der Lage, den Bereich der Signalwerte direkt zu unterscheiden, dann müssen die Signalwerte der Kamera auf den kleineren Wertebereich umskaliert werden und es gehen Information und damit auch Bildqualität verloren. Details zu Übertragungsfunktionen der digitalen Aufnahme und Wiedergabe und deren Anpassung an die menschliche Bildwahrnehmung findet man in dem Buch von Reinhard, Ward, Pattanaik, Debevec, Heidrich, Myszkowski (2010). Die Güte der Algorithmen dieser Tonwertanpassung (englisch: „tone mapping“) bestimmt die Qualität des auf den dargestellten Helligkeitsumfang umgerechneten HDR-Bilds.

Einfluss des Streulichts auf den Kontrastumfang einer Szene

Wir betrachten nun anhand des folgenden Beispiels genauer, wie sich die Helligkeitsverteilung im Bild durch Streulicht ändert: Fotografiert man an einem sonnigen Tag aus einem Raum durch ein Fenster, dann erscheint der Raum fast vollständig dunkel, wenn der Außenbereich korrekt belichtet im Helligkeitsbereich des Bildsensors ist. Erhöht man nun die Belichtungszeit, so dass die Helligkeiten des Innenraums gut aufgelöst werden, dann ist der Außenbereich überbelichtet, erscheint also als weiße Fläche. In Abb. 1.23 ist der Vergleich dargestellt, jeweils aufgenommen mit dem Distagon 2,8/21 ZE bzw. dem nicht beschichteten Demonstrationsobjektiv. Man sieht, dass es bei der kurzen Belichtung für die Darstellung des Außenraums selbst, trotz des erheblichen Streulichtunterschieds beider Objektive, nur geringe Qualitätsunterschiede gibt. Bei der längeren Belichtung für die Darstellung des Innenraums dagegen wird ein großer Teil der Bildinformationen, vor allem im Bereich direkt unter dem Fenster, fast vollständig von Streulicht überdeckt, das vom hellen Außenbereich verursacht wird. Dagegen bleibt beim T*-vergüteten Objektiv der Innenraum gut erkennbar.

In diesem Beispiel lassen sich also wegen des begrenzten Dynamikumfangs des Bildsensors Außenbereich und Innenbereich nicht gleichzeitig darstellen. Streulicht aus dem Objektiv reduziert die Bildqualität in den dunklen Bereichen des Bildes.

Berechnet man aus den Bildern einer Belichtungsreihe (Abb. 1.24) ein HDR-Bild, dann bleibt die sonst durch das Streulicht verdeckte Bildinformation in den dunkleren Bereichen des Bildes bestehen (Abb. 1.25).



Abb. 1.23: Aufnahmen aus einem Raum an einem hellen Tag ins Freie mit dem Distagon 2,8/21 ZE (links) und mit dem unbeschichteten Demo-Objektiv (rechts) bei Blende f/8. Durch den begrenzten Dynamikbereich des Bildsensors sind Innen- und Außenbereich nicht gleichzeitig darstellbar. Beim unbeschichteten Objektiv dringt bei langer Belichtung viel Streulicht aus dem überbelichteten Bereich (Fenster) ein und überstrahlt große Bereiche des Innenraums.

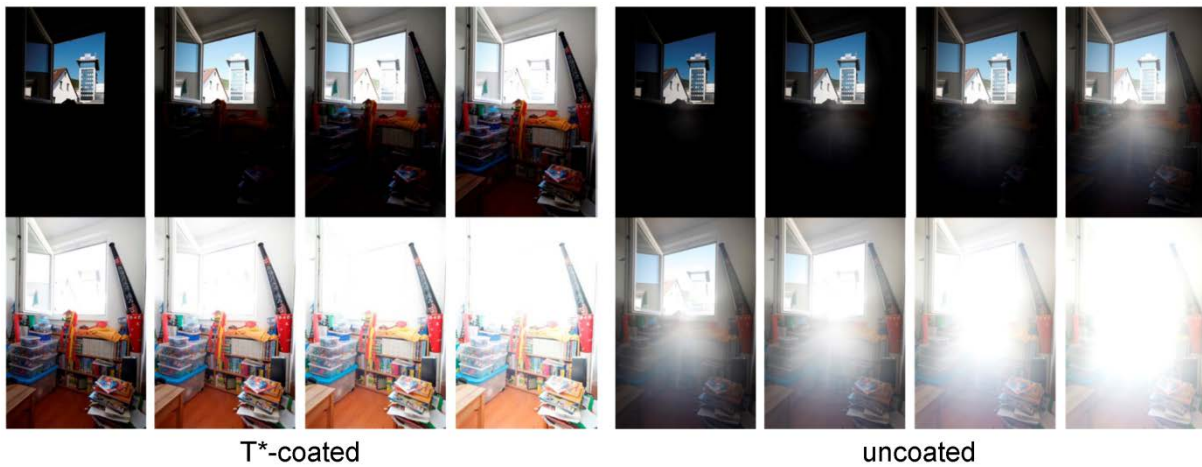


Abb. 1.24: Belichtungsreihen der gleichen Szene wie in Abb. 1.23.



Abb. 1.25: Aus den Belichtungsreihen berechnete HDR-Bilder. Beim unbeschichteten Objektiv sinkt die Bildqualität des Innenbereichs dramatisch ab.

Die Bildqualitätsverluste sind stark von der Verteilung der Helligkeit im Bild und auch von der Punktbildfunktion des Objektivs über das Bildfeld abhängig. Dies zeigen wir am gleichen Bildbeispiel, indem wir die Helligkeitsunterscheide in verschiedenen Bereichen des Bildes betrachten. Diese lokalen Bereiche sind in Abb. 1.26 dargestellt.

Für jede dieser Stellen im Bild notieren wir nun für die einzelnen Bilder der Belichtungsreihe nach Abb. 1.24 die vom Sensor ausgehenden RGB-Werte (Rot-Grün-Blau-Werte). Da uns hier nur die Helligkeit interessiert, rechnen wir diesen RGB-Wert des farbigen Bildes in einen Grauwert um. Für jede der untersuchten Positionen ergibt sich näherungsweise die Kennlinie (OECF) des Sensors. Leichte Abweichungen ergeben sich dadurch, dass Streulicht besonders aus hellen Bereichen des Bildes die Belichtung nicht-linear erhöht. Für verschiedene Stellen im Bild ergeben sich Kennlinien, die zueinander horizontal verschoben sind (vgl. Abb. 1.27). Aus der relativen Verschiebung lässt sich die Differenz in der (physikalischen) Bestrahlungsstärke feststellen, für die zwei verschiedene Stellen im Bild mit dem gleichen Helligkeitswert dargestellt würden.

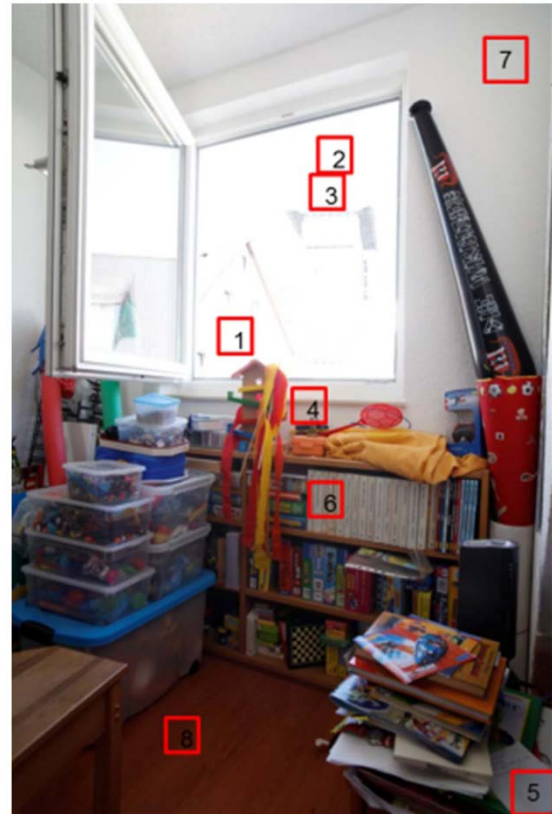


Abb. 1.26: Lokale Bereiche im Bild für die Analyse der relativen Helligkeiten.

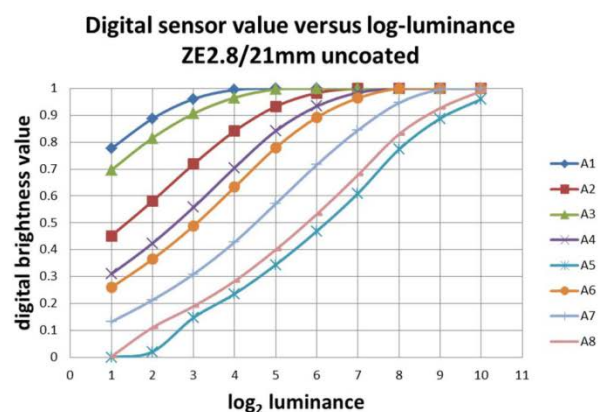
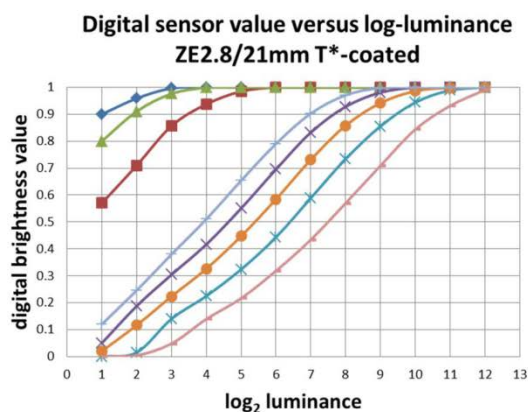


Abb. 1.27: Aus den Bildern der Belichtungsreihe gewonnene Kennlinien für die 8 Positionen A1,..., A8 im Bildfeld (vgl. Abb. 1.26): Distagon 2,8/21 ZE (links) und mit dem unbeschichteten Demo-Objektiv (rechts).

Aus den in Abb. 1.27 dargestellten Daten kann man die Unterschiede der Bestrahlungsstärken an den verschiedenen Stellen im Bild bestimmen, wenn man für einen gegebenen Helligkeitswert die Verschiebung der Kennlinien (in horizontaler Richtung) abliest. Diese Differenzen sind in Abb. 1.28 dargestellt.

Man erkennt, dass beim unbeschichteten Objektiv die Kennlinien für die Stellen im Innenbereich des Raums (A4-A8) viel näher an den Kennlinien für den Außenbereich (A1-A3) liegen als bei der Aufnahme mit dem T*-vergüteten Objektiv. Dies bedeutet nichts anderes, als dass die im Bild dargestellten Helligkeitsunterschiede, also der dargestellte Kontrastumfang, beim nicht beschichteten Objektiv kleiner sind. Wenn man genauer auf die Kurven schaut, erkennt man auch, dass die Helligkeitsunterschiede sich abhängig von der Position im Innenraum verschieden ändern. So ist die Differenz an der Stelle A7

(der rechten oberen Ecke im Bild) im Vergleich zum Außenraum A1-A3 in beiden Bildern ähnlich groß. Dagegen ist die Differenz an der Stelle A6 (unter dem Fenster) zwischen beiden Bildern deutlich verschieden. Dies liegt an der Form der PSF (vgl. Abb. 1.8): Der zufolge verteilt sich das Streulicht aus dem Außenbereich bevorzugt auf die gegenüberliegende Seite des Bildes. Deshalb gelangt mehr Streulicht an die Stelle A6 als an die Stelle A7.

Wir haben gesehen, dass besonders in dunklen Bildbereichen die Stärke des Streulichts stark von der Größe und Lage heller Flächen abhängt. Eine interessante Analyse des Streulichteinflusses auf den dargestellten Kontrastumfang anhand von Testcharts mit sehr unterschiedlichen Helligkeitsverteilungen findet man bei McCann, Rizzi (2012).

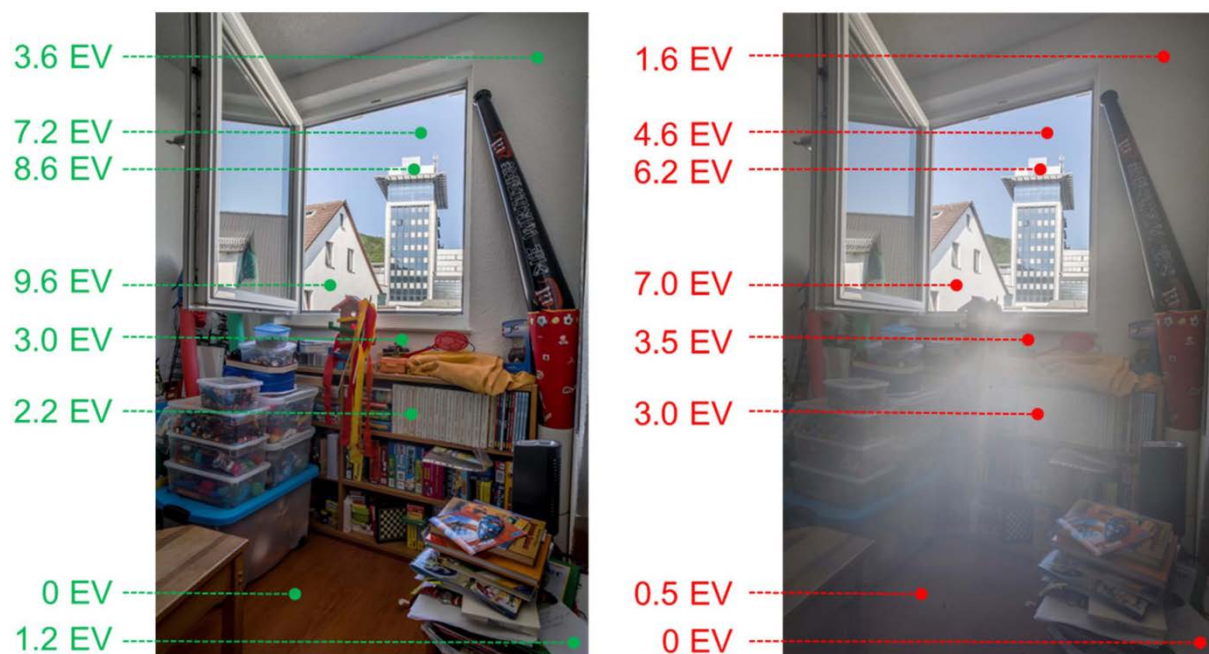


Abb. 1.28: Differenzen der Bestrahlungsstärken zwischen den verschiedenen Feldpositionen. Die Werte sind jeweils bezogen auf die dunkelste Stelle im Bild.

Möglichkeiten digitaler Bildkorrekturen

Bei starken Geisterbildern durch helle, lokale Lichtquellen hilft eigentlich nur mühsames manuelles Retuschieren. Sind wichtige Bildinhalte von satten Geisterbildern überdeckt, dann ist das gesamte Bild ruiniert.

Sind dagegen große Bereiche des Bildes ähnlich hell, dann kommt es weniger zu solchen lokalen Überstrahlungen, sondern mehr zu einem Kontrastschleier, der sich über das gesamte Bild legt. Neben den sich durch das Streulicht angleichenden Helligkeiten vermischen sich auch die Farben aus verschiedenen Bereichen des Feldes und das Bild wird farblos (vgl. Abb. 1.29): Da dunkle Bereiche von hellem Streulicht aus anderen Teilen des Bildes bedeckt werden, nimmt der Anteil dunkler Stellen ab. Aus schwarz wird grau. Dies erkennt man als Stauchung des Wertebereichs im Histogramm aus dem dunklen Bereich in hellere Bereiche.

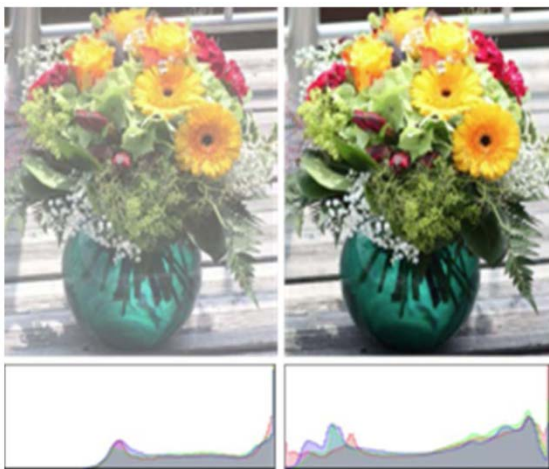


Abb. 1.29: Vergleichsaufnahme mit dem ZEISS Planar 2,8/80mm; links: unbeschichtet, rechts: T*-beschichtet. Man erkennt am Histogramm, dass der Kontrastumfang des linken Bildes viel kleiner ist. Die dunklen Helligkeitstöne sind durch den Streulichtschleier verschwunden.

In Bildverarbeitungsprogrammen kann man diesen reduzierten Helligkeitsbereich strecken, so dass der Helligkeitsbereich des Bildes sich über alle verfügbaren Helligkeiten erstreckt (vgl. Abb. 1.30). Dunkelgraue Pixel

werden einfach durch schwarze und hellgraue durch weiße ersetzt. Neben der globalen Anpassung der Tonwertskala gibt es auch komplexere Tonwertkorrekturen, die lokal über Bildbereiche, kontext-sensitiv (abhängig vom Helligkeitsgradienten) und über verschiedene Helligkeitsskalen durchgeführt werden. Beschreibungen dieser Verfahren findet man in Lehrbüchern der digitalen Bildverarbeitung unter den Begriffen „histogram equalization“ oder „histogram matching“ (z. B. Gonzalez, Woods (2008)).

Oft lässt sich mit der Tonwertkorrektur die Bildqualität deutlich erhöhen. Allerdings kann es dabei zu Problemen kommen, wenn Bereiche mit kleinen Helligkeitsunterschieden so verstärkt werden, dass sie als abrupte, falsche Konturen erscheinen (vgl. Abb. 1.30).

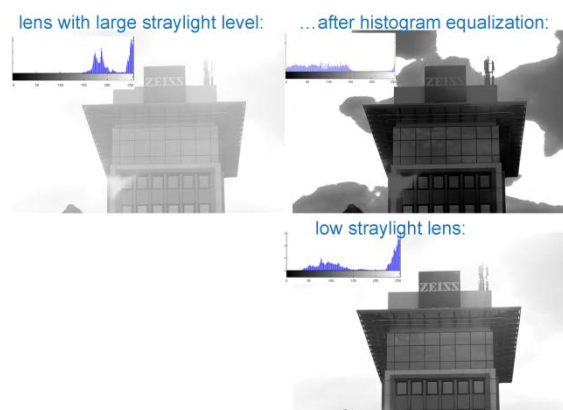


Abb. 1.30: Starke falsche Konturen im Bereich des Himmels nach Streckung der Tonwertskala: links oben Aufnahme mit unbeschichtetem Objektiv mit viel Streulicht, rechts daneben Histogramm-Streckung, so dass die gesamte Tonwertskala ausgenutzt ist. Rechts unten: Aufnahme mit wenig Streulicht (Planar T* 2,8/80mm CFE).

Auch mit Hilfe der Tonwertkorrektur wird man nie die Qualität des Bildes mit einem hochwertig beschichteten Objektiv erreichen, da sich durch das Streulicht die Information eines Objektpunktes, also dessen Helligkeit und Farbe, unwillkürlich auf einen ganzen Bereich verschiedener Bildpunkte verteilt. Damit vermischen sich in der Bildebene die Informationen verschiedener Objektpunkte, wodurch die Brillanz des Bildes einbüßt.

Künstlerische Bildgestaltung mit Reflexen

Nachdem wir in den letzten Abschnitten Beispiele gezeigt haben, bei denen Geisterbilder und Streulicht die Bildqualität reduzieren, so wollen wir hier nicht unterschlagen, dass Reflexe auch als ein wichtiges künstlerisches Stilmittel verwendet werden. Reflexlichterketten heller lokaler Lichtquellen werden im professionellen Film wie auch in der Photographie bewusst genutzt, um Szenen die Sterilität zu nehmen und dynamischer erscheinen zu lassen. Reflexe unterstreichen bildsprachlich die Abstrahlung sehr heller oder heißer Quellen, die selbst nur als mattes Weiß (gesättigtes Helligkeitssignal) im Bild erscheinen. Dem Weltraum in einem Science-Fiction-Film wird durch die reflexreiche Sicht durch eine Optik viel an Langeweile genommen. Mittlerweile lassen sich diese Reflexlichterketten in sehr guter Detailtreue auch berechnen und nachträglich in der Postproduktion eines Filmes einbauen (vgl. Hullin, Eisemann, Seidel, Lee (2011)). Computergraphikmodelle von fiktiven Objektiven werden bereits seit einigen Jahren in Trickfilmen oder auch in Computerspielen eingesetzt.

Fast alle Fotoobjektive sind rotationssymmetrisch und deren Reflexbilder zeigen die genannten Merkmale. Eine Ausnahme sind anamorphotische Objektive, professionelle Filmobjektive, mit denen heutzutage etwa ein Drittel der Hollywood-Blockbuster gedreht werden. Bei diesen Objektiven wird die Bildinformation in der horizontalen Richtung gestaucht (meist um einen Faktor Zwei) und bei der Projektion auf die Kinoleinwand (bzw. in den digitalen Bilddaten) wieder auf

das ursprüngliche Verhältnis zurück gestreckt (ARRI Anamorphic De-squeeze white paper, 2011). Solche Objektive enthalten neben den kugelflächigen Linsenformen auch zylinderförmige. Diese anamorphotischen Objektive erzeugen in Verbindung mit hellen Lichtquellen manchmal horizontal oder vertikal orientierte Muster oder Streifen im Bildfeld. Diese „horizontal streaks“ sind ein beliebtes Stilmittel von Cinematographen, die man in vielen Science-Fiction- oder Action-Filmen sehen kann.



Abb. 1.31: ARRI/ZEISS Master Anamorphic einschließlich Flare Set (zusätzliches Modul im vorderen und hinteren Bereich).

Um eine möglichst hohe Brillanz der Bilder zu erreichen, optimieren wir ZEISS Objektive auf ein minimales Streulichtniveau. Um professionellen Filmern weiteren künstlerischen Gestaltungsraum für lebendige, kreative Bilder zu geben, werden außerdem für die ARRI/ZEISS Master Anamorphic Objektive Flare Sets angeboten (vgl. Abb. 1.31). Diese Flare Sets bestehen aus austauschbaren Glas-Elementen für den vorderen und hinteren Bereich des Objektivs mit deutlich höherer Reflektivität der Glasoberflächen. Abb. 1.32 zeigt Bilder aus einer Demoaufnahme von Tom Fähmann, die mit ARRI/ZEISS Master Anamorphics mit Flare Set gedreht wurde (Fähmann (2015)).



Abb. 1.32: Bilder aus dem Film „Master Anamorphic Flare Sets showreel“ von Tom Fährmann, aufgenommen mit ARRI/ZEISS Master Anamorphic mit Flare Set sowie einer ARRI ALEXA Kamera.

Der Weg zur „T*-Optik“

Zur Funktionsweise von reflexmindernden Schichten

Fällt Licht von Luft ausgehend auf ein Glas, dann wird der größte Teil des Lichtes durch das Glas weiter transmittiert, aber auch ein Teil reflektiert.

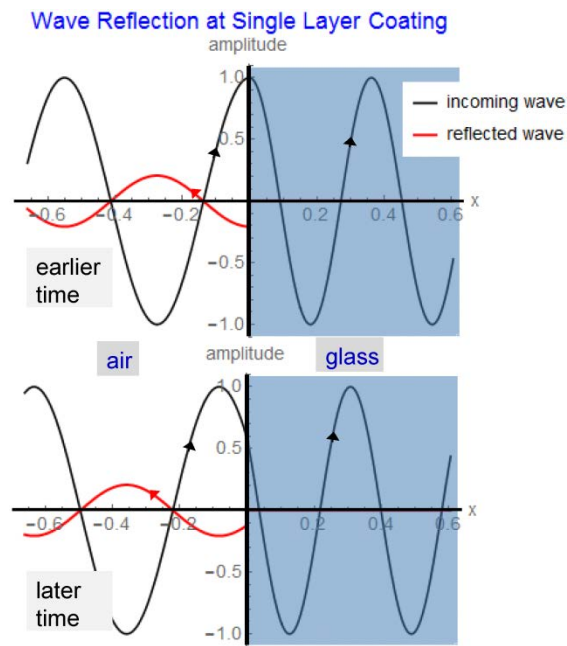


Abb. 2.1: Eine Lichtwelle trifft von Luft auf Glas. Dabei wird ein Teil des Lichts (nämlich der Anteil $((n-1)/(n+1))^2$) an der Grenzfläche reflektiert.

Bei senkrechtem Einfall aus Luft (Brechungsindex 1) auf ein Glas mit Brechungsindex n ist die reflektierte Intensität

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$

Abb. 2.2 zeigt die sich aus den Brechungsindizes ergebenden Reflektivitäten einiger Gläser.

	n	R [%]
CaF ₂	1.44	3.3
BK7	1.52	4.3
SF5	1.67	6.3
LAF7	1.75	7.4
LASF46A	1.9	9.6
Silicium	3.54	31.3
Germanium	4	36.0

Abb. 2.2: Brechungsindizes n und Reflektivitäten R optischer Gläser für den sichtbaren (blau) und infraroten Spektralbereich (rot).

Wenn man manche Optiklehrbücher liest, könnte man denken, dass Glas immer den Brechungsindex 1.5 hat. Der Mittelwert der Brechungsindizes aller optischen Gläser im sichtbaren Spektrum liegt aber eher um 1.7.

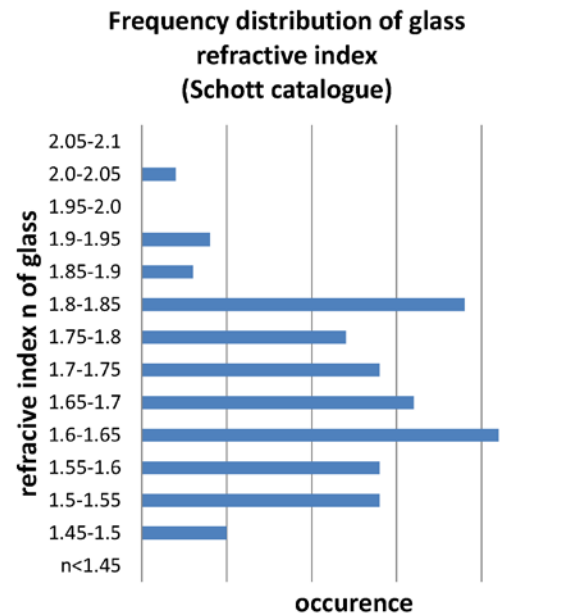


Abb. 2.3: Häufigkeiten von Brechungsindizes der aktuell 124 Gläser im SCHOTT-Katalog (SCHOTT glass data 2014).

In Abb. 2.3 sind die Häufigkeiten der Brechungsindizes aller Gläser des aktuellen SCHOTT-Katalogs dargestellt: Die meisten Gläser haben Brechungsindizes im Bereich von etwa 1.48 bis 1.93. Bei Gläsern für das sichtbare Spektrum variieren die Reflektivitäten damit etwa zwischen 4% bis 10% und liegen im Mittel etwa bei 7%. Bei den für

Infrarotoptiken eingesetzten Gläsern Silizium und Germanium liegen die Reflektivitätswerte sogar über 30%.

Die Reflektivität beim Flächenübergang in einer verkitteten Linse ist erheblich geringer. Hier gilt

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2.$$

So ergibt der Flächenübergang zwischen $n_1=1.7$ und $n_2=1.5$ beispielsweise nur etwa 0.4% Reflektivität. Abb. 2.4 zeigt einen Vergleich verschiedener Brechungsindexkombinationen verkitteter Linsen.

	1	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	n_2
1	0.00%	4.00%	5.33%	6.72%	8.16%	9.63%	glass-air
1.5	4.00%	0.00%	0.10%	0.39%	0.83%	1.38%	glass-glass (cemented lens element)
1.6	5.33%	0.10%	0.00%	0.09%	0.35%	0.73%	
1.7	6.72%	0.39%	0.09%	0.00%	0.08%	0.31%	
1.8	8.16%	0.83%	0.35%	0.08%	0.00%	0.07%	
1.9	9.63%	1.38%	0.73%	0.31%	0.07%	0.00%	
n_1	glass-air	glass-glass (cemented lens element)					

Abb. 2.4: Reflektivität verschiedener Kombinationen von Brechungsindizes bei senkrechtem Lichteinfall.

Die Auslegung und Beschreibung der Funktionsweise von reflexmindernden Schichten ist untrennbar verbunden mit der Wellennatur des Lichts, nämlich der Interferenz (also Überlagerung, vgl. Abb. 2.5) der an den Grenzflächen der Schicht sowie am Glas der Linse reflektierten Wellen.

Die Reflexion an der Luft-Glas-Grenzfläche wird durch destruktive Interferenz, das heißt durch (teilweise) Auslöschung der von der Schicht reflektierten Teilwellen gemindert. Abb. 2.6 zeigt am Beispiel einer Einfachschicht, also einer nur aus einer Schichtlage bestehenden Beschichtung, wie sich die beiden an der Grenzfläche Luft/Schicht sowie Schicht/Glas reflektierten Wellen gegenseitig auslöschen (wenn Schichtdicke und Brechungsindex passend gewählt werden).

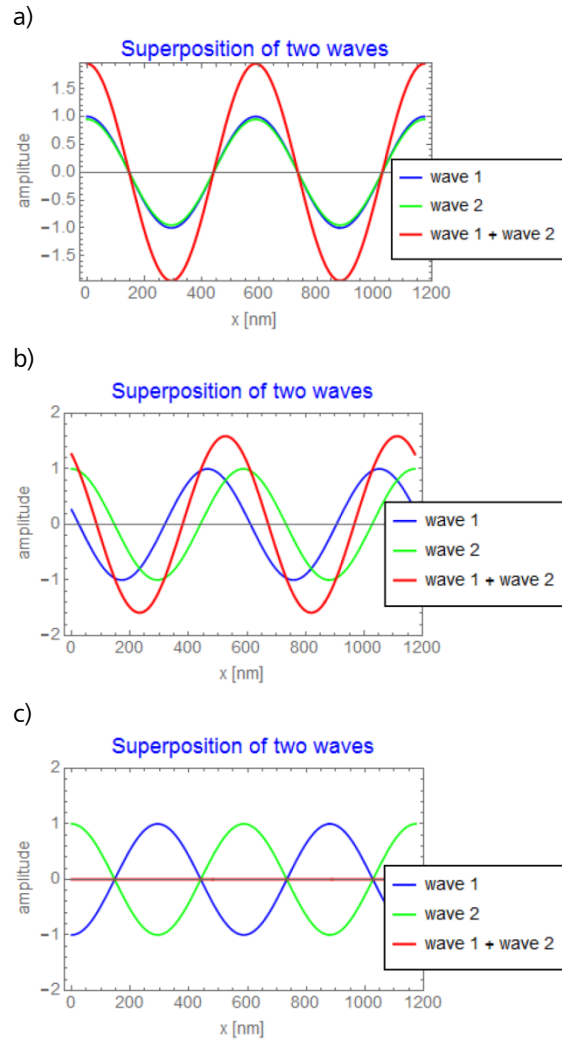


Abb. 2.5: Überlagerung zweier Wellen (grün und blau gezeichnet) gleicher Amplitude und Wellenlänge: a) konstruktive Interferenz (relative Phasenverschiebung 0°), b) allgemeiner Fall, c) destruktive Interferenz (rel. Phasenverschiebung 180°).

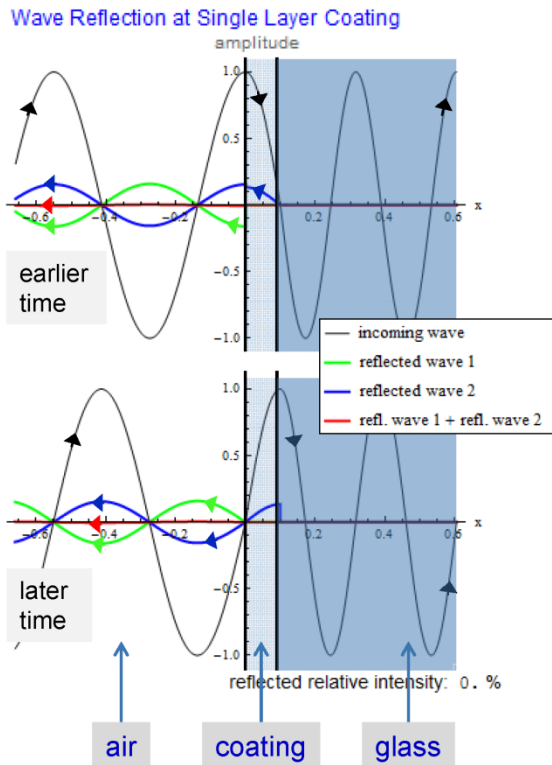


Abb. 2.6: Prinzip einer Antireflexschicht am Beispiel einer Einzelschicht. Sind Dicke und Materialbrechungsindizes so gewählt, dass die reflektierten Wellen (an der Vorderseite der Schicht grün, an der Rückseite blau eingezeichnet) in entgegengesetzter Phase schwingen und die gleiche Amplitude haben, dann löschen sie sich gegenseitig aus.

Die physikalischen Grundlagen der Wellenoptik sind, aufbauend auf den Arbeiten von Christiaan Huygens zur Ausbreitung des Lichtes im 17. Jahrhundert (Huygens (1690)) und der Beobachtung von Interferenzstreifen (heute auch sogenannte „Newtonsche Ringe“) und Beschreibung einiger Beugungsphänomene von Isaac Newton (1704) dann zum Beginn des 19. Jahrhundert, vor allem durch die Arbeiten von Thomas Young (1802) mit dem Nachweis der Interferenz von Licht und Jean Augustin Fresnel (1823) mit der mathematischen Beschreibung der Beugung und Ausbreitung des Lichtes und der polarisationsabhängigen Gleichungen für die Transmission und Reflexion an optischen Grenzflächen entstanden.

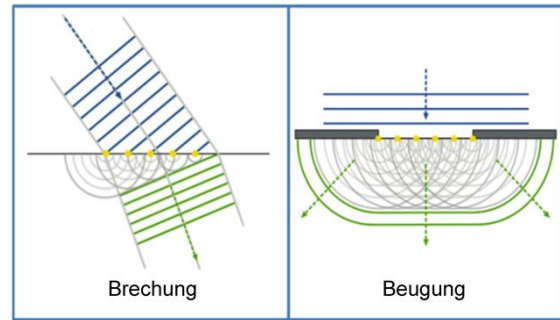


Abb. 2.7: Wellenoptische Beschreibung der Brechung und Beugung (Huygens, Fresnel).

James Clerk Maxwell zeigte 1864 im Rahmen seiner Theorie des dynamischen elektromagnetischen Feldes, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Dies wurde 1886 von Heinrich Hertz experimentell nachgewiesen.

Diese grundlegenden Arbeiten der physikalischen Optik entwickelte Ernst Abbe bei Carl Zeiss in Jena zu einer Abbildungstheorie optischer Geräte weiter (vgl. Abbe (1873) oder die mathematische Darstellung der Theorie von seinen Schülern Lummer, Reiche (1910) oder Czapski (1904)). Das optische Bild entsteht durch Überlagerung, also Interferenz, der aus verschiedenen Richtungen von der Objektivpupille in das Bild gelangenden Wellen. Eine Folgerung aus dieser Theorie ist die Abbe'sche Auflösungsgrenze, wonach das Auflösungsvermögen eines optischen Systems durch das Verhältnis der Wellenlänge des Lichtes und der numerischen Apertur des Objektivs beschränkt ist. Diese Bildentstehungstheorie wurde nach Vorarbeiten von Max von Laue (1907) und Erwin Schrödinger (1920) dann von Max Berek (1926), Pieter van Cittert (1934), Frits Zernike (1938) und später Harold Hopkins (1953) mit der optischen Kohärenztheorie verallgemeinert, die Ausbreitungs- und Abbildungsgleichungen angibt, wenn das Licht in der Objektebene teilkohärent, also teilweise interferenzfähig, ist.

Interferenz ist an vielen weiteren Stellen für die Fertigung optischer Systeme von großer Bedeutung: Die Form, Dicken und Passen, also die Abweichungen der Oberflächen

optischer Bauteile von der Sollform, sowie auch die Wellenfront ganzer optischer Systeme über deren Bildfeld werden hochpräzise interferometrisch vermessen.

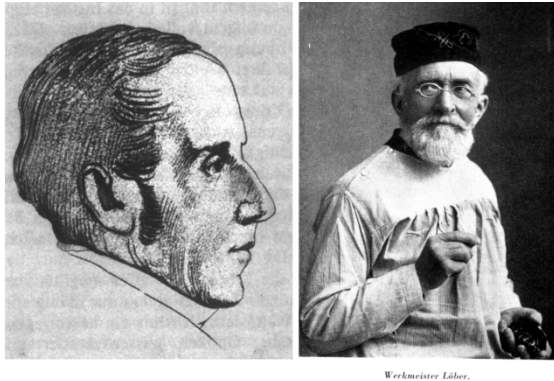


Abb. 2.8: Einführung der interferometrischen Prüfung optischer Flächen. Links: Josef Fraunhofer (1787-1826); rechts: August Löber (1830-1912).

Josef Fraunhofer war um 1810 wohl der erste, der optische Flächen mit „Probegläsern“ (englisch: „test plates“) interferometrisch vermessen hat. Diese Methode fiel nach Fraunhofers frühem Tod einige Jahrzehnte in Vergessenheit und wurde um 1860 von August Löber, Werkmeister bei ZEISS in Jena, wiederbelebt: Das an der zu testenden optischen Fläche gebrochene Licht interferiert mit dem am Probeglas reflektierten Licht und das Interferenzbild gibt dem Beobachter Informationen zur Oberflächenabweichung (vgl. Abb. 2.9).

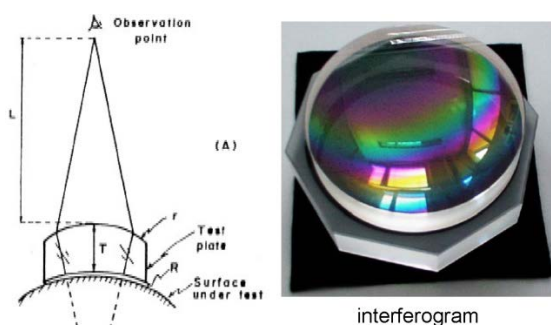


Abb. 2.9: Einfache visuelle interferometrische Prüfung einer optischen Fläche mit einem Probeglas. Die Interferenzstreifen erscheinen in weißem Licht bunt, da die Periodizität des Streifenmusters von der Wellenlänge abhängt.

Diese einfache visuelle Prüfung erlaubt Messgenauigkeiten im Bereich von etwa $\lambda/2$ bis $\lambda/4$ (λ bezeichnet die Wellenlänge des Lichts, also etwa 0.5 Mikrometer). Dieses Prüfprinzip wird bis heute standardmäßig zur Bestimmung der Radialabweichung und Passabweichung (Formabweichung von der Kugelform) in jeder optischen Werkstatt verwendet. Mit modernen Interferometern kann man heute Oberflächenabweichungen von wenigen Bruchteilen der Wellenlänge messen (Dörband, Müller, Gross (2012)).

Zur Geschichte der T- und T*-Optik

Die Anwendung optischer Beschichtungen oder „dünner optischer Filme“ ist ein sehr weites Feld: Entspiegelt werden heutzutage eigentlich alle optischen Geräte vom Brillenglas über das Fernglas bis zum Mikroskop. Mittlerweile werden auch viele Fenstergläser an Gebäuden entspiegelt. Reflexmindernde Beschichtungen dienen der Erhöhung des Wirkungsgrads von Solarzellen, der Unterdrückung stehender Wellen im Photolack bei der lithographischen Herstellung von Mikrochips oder der Effizienzsteigerung von Faserfasern oder Leuchtdioden. Neben der Entspiegelung haben Beschichtungen oft auch eine Schutzfunktion gegen Schmutz, Wasser oder ultra-violette Strahlung und können den Eintritt von infraroter Wärmestrahlung regulieren. Daneben werden Beschichtungen nicht nur zur Entspiegelung, sondern auch im Gegenteil zur Erhöhung der Reflektivität von Spiegeln, der Einstellung von Reflektivitätsfaktoren in teildurchlässigen Strahlteilerspiegeln, wellenlängen-selektiven Filtern, für die Erhöhung der Lichtabsorption und verbesserten Wärmeabfuhr oder als Polarisationskomponenten verwendet. Je nach Einsatzzweck, Spektralbereich, Strahlungsbelastung gibt es eine riesige Vielfalt an Schichtdesigns, die für Spezialanwendungen aus weit über 100 einzelnen Schichtlagen bestehen können.

Den Wunsch störende Reflexe aus optischen Gläsern zu beseitigen gab es Hunderte von Jahren vor der bei ZEISS begonnenen Einführung in die optische Industrie. So gab es eine Reihe von Ideen und Versuchen Gläser zu entspiegeln: Josef von Fraunhofer beobachtete 1817 genauso wie Lord Rayleigh 1886, dass polierte Glasoberflächen beim Altern lichtdurchlässiger werden. Denis H. Taylor beobachtete 1896 das Gleiche und vermutete, dass die Ausbildung einer porösen Oberfläche mit effektiv geringerer Brechzahl durch atmosphärische Einflüsse die Ursache ist. Entsprechend versuchte Taylor einen ähnlichen beschleunigten Prozess im Labor zu entwickeln. Taylor erhielt 1904 ein englisches Patent auf ein Verfahren zur Ausbildung einer reflexmindernden Oberfläche aus dem vorhandenen Glas in einem Säurebad. Dieser Ätzprozess funktionierte aber unter Produktionsbedingungen nicht gut: Der Säureangriff vergrößerte feinste, sonst nicht erkennbare, Wischer vom Linsenspolieren zu optisch störenden Kratzern. Die Oberfläche einiger Glasarten wurde praktisch völlig zerstört. Das Verfahren geriet in Vergessenheit.

Der heute gebräuchliche Begriff für reflexmindernde Schichten oder Entspiegelung ist „Anti-Reflex-Schicht“ oder kurz „AR-Schicht“, entsprechend dem englischen Begriff „Anti-Reflection-Coating“. Statt von der „Vermeidung von Reflexen“ kann man auch, wie in der russischen Bezeichnung für AR-Schichten von einem „просветление оптики“ (gesprochen: „prosvetlenie optiki“), also einem „besseren Durchleuchten der Optik“ oder von „Verbesserung der Transmission“ sprechen. Die in diesem Sinne positive Wortschöpfung „Transparenz-Optik“ oder kurz „T-Optik“ bzw. „T-Belag“ für reflexmindernde Schichten von ZEISS ergab sich möglicherweise aus der russischsprachigen Herkunft des Erfinders Alexander Smakula (1900-1983), der in der Ukraine aufgewachsen ist. Smakula, der in den 1930er Jahren Leiter des Oberflächen-Labors II der ZEISS Forschungs-

und Entwicklungsabteilung in Jena war, entwickelte mit Anregungen von A. König und H. Bauer ein Verfahren zur Aufbringung von wischfesten, haltbaren Schichten auf Linsen zur Reflexminderung.

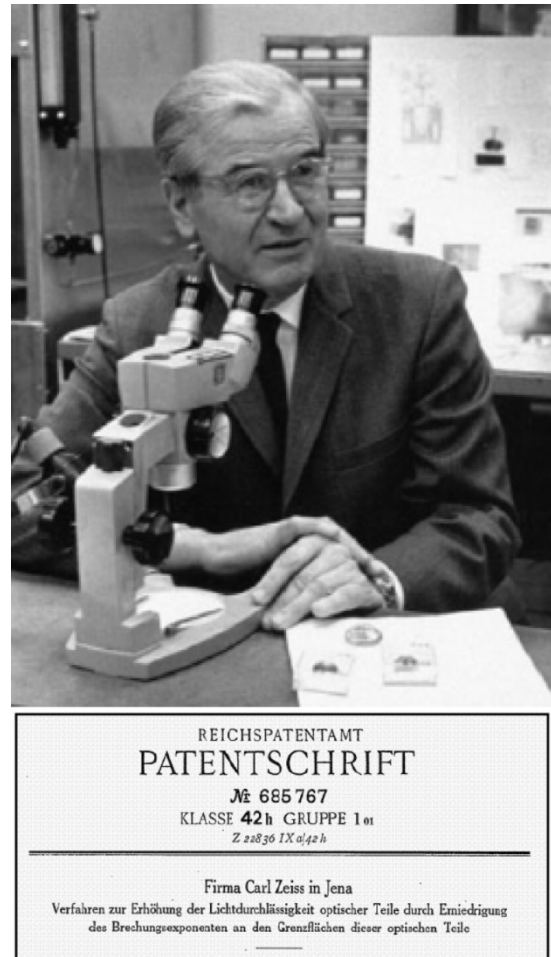


Abb. 2.10: Dr. Alexander Smakula (1900-1983) und sein 1935 erteiltes Patent „Verfahren zur Erhöhung der Lichtdurchlässigkeit optischer Teile durch Erniedrigung des Brechungsindex an den Grenzflächen dieser optischen Teile“.

ZEISS war das erste Unternehmen, das solche Beschichtungen herstellte und auf den Markt brachte. Seit dem am 1.11.1935 erteilten Patent von Smakula vergingen noch einige Jahre, vor allem mit der Einführung und Verbesserung des Produktionsprozesses, bis vergütete Objektive auf den Markt kamen. Eine große Schwierigkeit beim Beschichtungsprozess ist, dass alle für das Haften der Beschichtung störenden kleinsten Unsauber-

keiten, Fett- und Feuchtigkeitsbeschläge auf dem Glas vor dem Verdampfen gründlich beseitigt werden müssen. Aus der Luftfeuchtigkeit liegt auf Glasoberflächen immer eine feine adsorbierte Wasserhaut vor. Bereits diese hauchdünne Wasserhaut hat erheblichen Einfluss auf die Beschichtungsqualität und muss deshalb durch Glimmen in der Vakuumanlage unmittelbar vor dem Verdampfen entfernt werden. Ermöglicht wurde die kontrollierte Herstellung dünner Schichten durch die Fortschritte der Hochvakuum-Technik in den 1930er Jahren, die wiederum selbst durch die stürmische Weiterentwicklung dünner Schichten beflügelt wurde. 1938 waren im ZEISS Werk bereits 17 Beschichtungsanlagen im Einsatz, allerdings auf damalige Weisung der Staatsführung nur für wehroptische Geräte. Im Jahre 1940 wurden dann die ersten vergüteten Fotoobjektive vom Typ Biotar und Sonnar auf der Leipziger Frühjahresmesse vorgestellt. 1941 wurden pro Monat etwa 300 Objektive vom Typ Sonnar 1,5/50mm für die CONTAX-Kamera vergütet. Anfang der 1940er Jahre wurden zusammen mit W. C. Heraeus (Onstmettingen) über 100 Aufdampfanlagen entwickelt und optimiert. 1950 waren dann alle ZEISS Objektive vergütet und mit einem roten T versehen. Parallel gab es ab etwa 1943 Versuche für Doppel- und Dreifachschichten. Diese Mehrschichten kamen dann ab den 1950ern zuerst in Weitwinkelobjektiven, die oft 18 oder mehr optische Flächen enthalten, zum Einsatz. Diese Mehrschichtvergütung wurde in Jena mit „MC“ und in Oberkochen mit „T*“ gekennzeichnet. Seit 1972 hat jedes ZEISS Fotoobjektiv eine Mehrschichtvergütung (Dr. Hans Sauer, ZEISS Presse-Information 20. Februar 1973). Weitere historische Darstellungen zum T-Belag findet man bei R. Richter (1940), K. Leistner (1941), A. Smakula (1942), J. Flügge (1960) und B. Gänswein (1997).

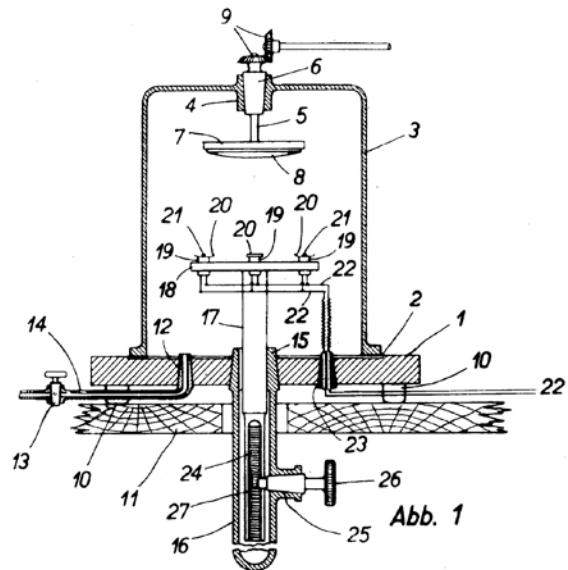


Abb. 2.11: Aufdampfanlage aus dem Patent von Smakula: Im luftleeren Raum innerhalb der Glasglocke (3) werden die zu beschichtenden Gläser (8) auf der Halterung (7) befestigt. Der in den Schälchen (20) aus Wolfram eingefüllte Stoff (21) verdampft durch elektrisches Beheizen. Die Halterung wird dabei laufend gedreht, so dass der Stoff gleichmäßig auf der Linse aufgedampft wird.



Abb. 2.12: Beschichtungsanlage für Linsen (Aufnahme von 1961).

In den folgenden Abschnitten betrachten wir nacheinander die Einfach-, Zweifach-, Dreifach- und allgemeine Mehrfach-Anti-Reflex-Schicht, deren Prinzipien, Möglichkeiten und Grenzen. Wer die Zusammenhänge und Reflektivitätskurven genauer nachvollziehen möchte, sei auf die Gleichungen im Anhang verwiesen.

Die Einfeldschicht

Eine Einfeldschicht erzeugt zwei reflektierte Wellen: Eine an der Oberseite der Schicht, die andere an der Grenzfläche von der Schicht zum Glas. Um für eine bestimmte Wellenlänge destruktive Interferenz, also komplette Auslöschung, zu erreichen, müssen erstens die Phasen der beiden Wellen um genau 180° (bzw. π) verschoben sein und zweitens ihre Amplituden gleich sein (vgl. Abb. 2.13).

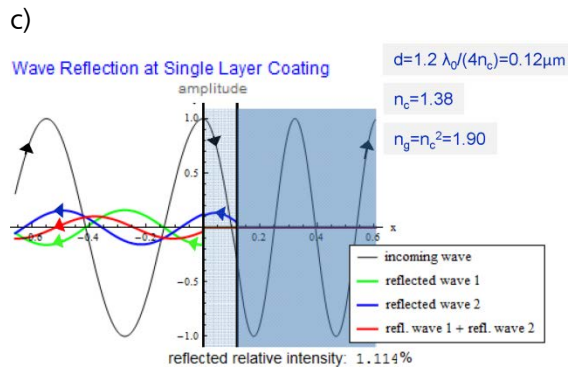
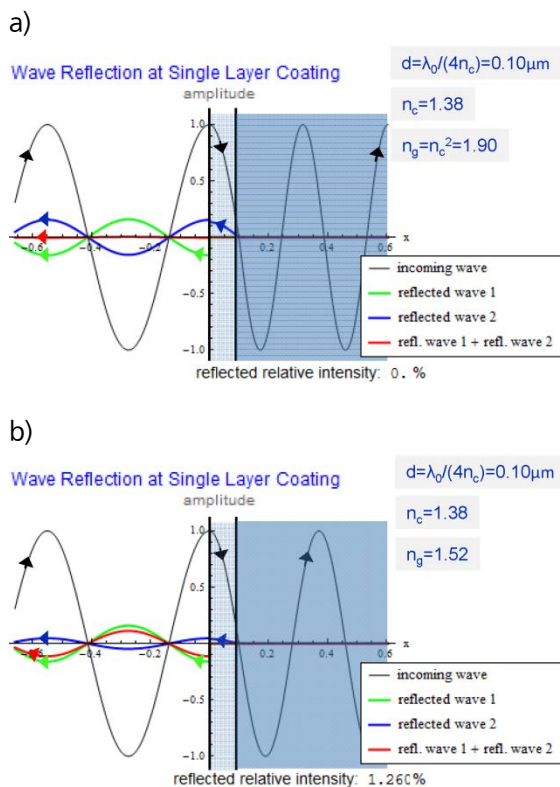


Abb. 2.13: Einfallende Welle (schwarz) und an der Vorderseite (grün) bzw. an der Grenzschicht zum Glas reflektierte Welle (blau). Die Summe der beiden reflektierten Wellen ist rot eingezeichnet und deren Intensität unten angegeben. Die Wellenlänge ist $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$. a) Phasen- und Amplitudenbedingung beide erfüllt. b) Phasenbedingung erfüllt, Amplitudenbedingung verletzt (d. h. die Brechzahlen stehen nicht in der Beziehung $n_g = n_c^2$). c) Amplitudenbedingung erfüllt, Phasenbedingung verletzt (d. h. die Schichtdicke ist ungleich $\lambda_0 / (4n_c)$).

Die optische Wegdifferenz (OPD, optical path difference) der beiden reflektierten Wellen ist für eine Einfeldschicht (vgl. Abb. 2.14)

$$OPD = 2 n_c d \cos i'$$

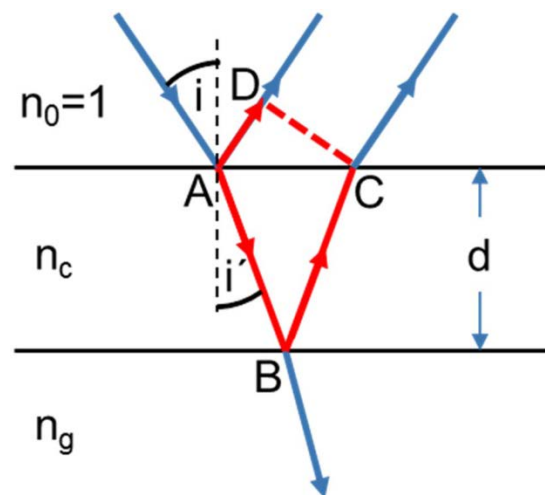


Abb. 2.14: Die optische Weglänge ABC ist $OPL_{ABC} = 2 n_c d / \cos i'$ bzw. AD ist $OPL_{AD} = \sin i \cdot AC = \sin i \cdot 2d \tan i' = 2d n_c \sin i' \tan i'$. Damit ergibt sich für die optische Wegdifferenz der beiden reflektierten Wellen $OPD = OPL_{ABC} - OPL_{AD} = 2d n_c (1 - \sin^2 i') / \cos i' = 2d n_c \cos i'$.

Bei senkrechtem Einfall ergibt sich daraus:

$$OPD(i = 0^\circ) = 2n_c d.$$

Die Phasendifferenz der beiden Wellen in Einheiten der Wellenlänge λ ist

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} OPD.$$

Die Phasenbedingung, dass beide Wellen genau entgegengesetzt schwingen und damit destruktiv interferieren, lautet damit

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} 2n_c d = \pi.$$

Die Referenzwellenlänge λ_0 wählt man etwa in der Mitte des sichtbaren Spektrums (ca. 420nm - 670nm) bei ca. 550nm oder, da die Reflektivität bei Einfachschichten zum Blauen hin stärker ansteigt, bei etwas kleinerer Wellenlänge wie etwa 510nm.

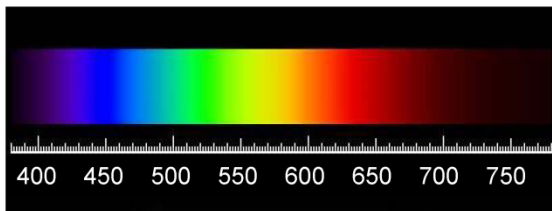


Abb. 2.15: Spektrum versus Wellenlänge (in nm).

Die obige Gleichung aufgelöst ergibt die Schichtdicke, bei der es destruktive Interferenz gibt (bei senkrechtem Einfall $i=0^\circ$):

$$d = \frac{\lambda_0}{4n_c}.$$

Bei senkrechtem Einfall 0° lauten die Fresnel'schen Amplitudenkoeffizienten für die Reflexion r bzw. Transmission t :

$$r(n, n', 0^\circ) = \frac{n - n'}{n + n'},$$

$$t(n, n', 0^\circ) = \frac{2n}{n + n'}.$$

Die Amplituden der reflektierten Wellen sind

$$\rho_1 = r(1, n_c),$$

$$\rho_2 = t(1, n_c)r(n_c, n_g)t(n_c, 1).$$

Vernachlässigen wir den Transmissionsverlust, also

$$t(1, n_c)t(n_c, 1) = \frac{4n_c}{(1+n_c)^2} = 1 - \left(\frac{1-n_c}{1+n_c}\right)^2 \approx 1$$

(z. B. für $n_c=1.38$ ist dieser Ausdruck gleich 0.975 statt 1.0), dann ergibt sich aus der Amplitudenbedingung

$$\rho_1 = \rho_2 \quad \text{oder} \quad \frac{1-n_c}{1+n_c} = \frac{n_c-n_g}{n_c+n_g}$$

der gesuchte Brechungsindex der Schicht n_c :

$$n_c = \sqrt{n_g}.$$

Für diesen Wert des Brechungsindex der Schicht verschwindet also die reflektierte Intensität bei der Wellenlänge λ_0 komplett, wenn gleichzeitig auch die Phasenbedingung erfüllt ist.

An den Beispielen in den folgenden Abschnitten werden wir sehen, dass der Brechungsindex des Glases großen Einfluss darauf hat, wie stark die Reflexionsminderung durch Beschichtungen ist. Für das Glas BK7 von SCHOTT mit einem Brechungsindex $n_g=1.52$ ergibt sich aus der Bedingung $n_c = \sqrt{n_g}$ ein optimaler Schichtbrechungsindex von $n_c=1.23$, für das hochbrechende Glas LASF9 ($n_g=1.85$) dagegen $n_c=1.36$. Es gibt nicht viele geeignete, das heißt vor allem belastbare Materialien mit so kleinem Brechungsindex. Das wichtigste Material ist wegen seiner hohen Robustheit Magnesiumfluorid MgF_2 , mit einem Brechungsindex von 1.38.

Ganz allgemein, also sowohl für Einfach- wie Mehrschichten, hängen die Reflektivitäten von Beschichtungen vom Brechungsindex des beschichteten Glases ab. Demzufolge werden die Dicken der Schichtlagen dem Brechungsindex des beschichteten Glases angepasst.

Man nennt Einfachschichten wegen der erforderlichen optischen Weglänge von

$n_c \cdot d = \lambda/4$ auch einfach „ $\lambda/4$ -Schicht“. Bei der Wellenlänge $\lambda_0=550\text{nm}$ („grünes Licht“) und $n_c=1.38$ ergibt sich aus der Phasenbedingung $d = \lambda_0/4n_c$ eine Schichtdicke von etwa 100nm oder $0.1\mu\text{m}$.

Wave Reflection at Single Layer Coating

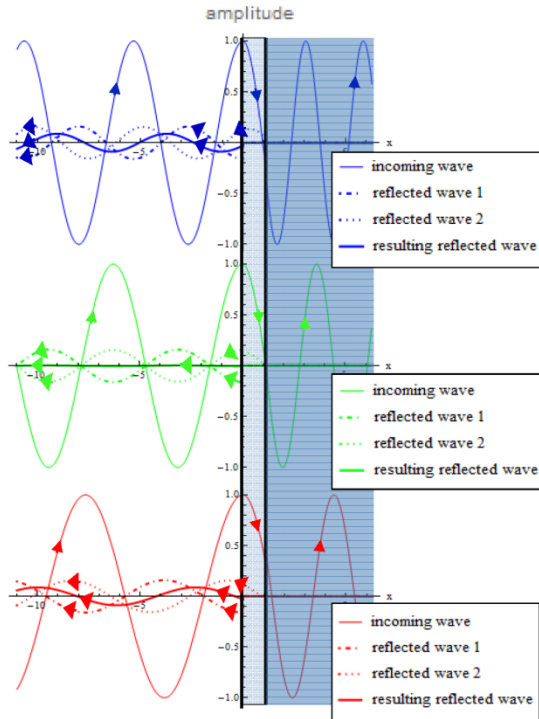


Abb. 2.16: Die Dicke der Einzelschicht ist so gewählt, dass die beiden reflektierten Wellen (gestrichelt gezeichnet) für grünes Licht in entgegengesetzter Phase schwingen, so dass die Intensität des grünen, reflektierten Lichtes minimal ist. Für diese Schichtdicke ist der optische Weg in der Schicht für blaues Licht zu lang und für rotes Licht zu kurz. Somit steigt die Intensität des reflektierten Lichtes sowohl für blaues wie rotes Licht an.

Da man sich auf einen Wert für die Schichtdicke festlegen muss, legt das Licht in der Schicht bei anderen Wellenlängen abweichende optische Weglängen zurück. Die optische Weglänge des blauen Lichts ($\lambda = \text{ca. } 450\text{nm}$) ist um den Faktor $550/450 \approx 1.22$ zu lang und die des roten Lichts ($\lambda = \text{ca. } 650\text{nm}$) um $\text{ca. } 550/650 \approx 0.84$ zu kurz. Damit weicht die Phasendifferenz der reflektierten Wellen von 180° ab, so dass die Reflektivität für rotes und blaues Licht ansteigt (vgl. Abb. 2.16).

Die Reflektivität einer MgF_2 -Einzelschicht auf verschiedenen Gläsern ist jeweils im Vergleich zur Reflektivität der unbeschichteten Linse in Abb. 2.17 dargestellt.

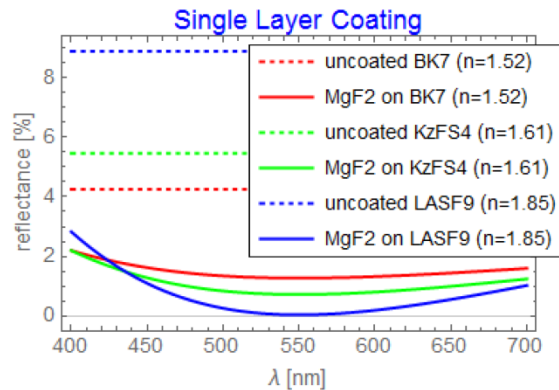


Abb. 2.17: Spektrale Reflektivitätsprofile von MgF_2 -Einfachschichten auf Gläsern verschiedener Brechungsindizes im Vergleich zum unbeschichteten Übergang (gestrichelt).

Für unsere prinzipielle Darstellung vernachlässigen wir in den Abbildungen die Dispersion, also die Wellenlängenabhängigkeit der Gläser. Bei allen Gläsern steigen die Brechzahlen vom roten zum blauen Bereich etwas an, z. B. beim Glas BK7 von SCHOTT von $n=1.514$ bei 656nm Wellenlänge auf 1.527 bei 435nm . Dies würde bei einer genaueren Berechnung dazu führen, dass die Reflektivitätswerte zum blauen Bereich des Spektrums hin leicht noch etwas mehr ansteigen.

Wegen des Anstiegs der reflektierten Intensität für blaues und rotes Licht relativ zum grünen Licht erscheint die Schicht purpurfarben, also als Mischfarbe von Rot und Blau (vgl. Abb. 2.18 und Abb. 2.19).

Coating reflectance vs spectral sensitivity of image sensor

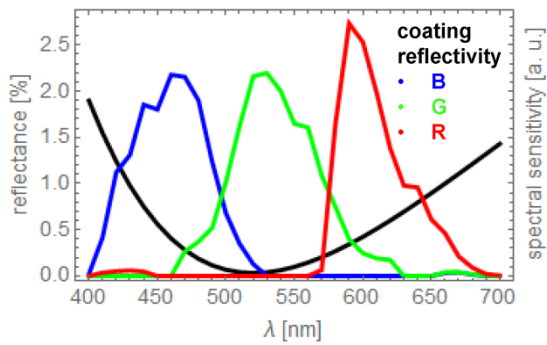


Abb. 2.18: Spektrale RGB-Empfindlichkeiten eines typischen Bildsensors einer digitalen Fotokamera zusammen mit der (schwarz eingezeichneten) Reflektivitätskurve einer Einzelschicht (MgF₂ (n_c=1.38) auf LASF9 (n_g=1.85), zentriert bei λ₀=520nm).

Reflected irradiance of single layer coating

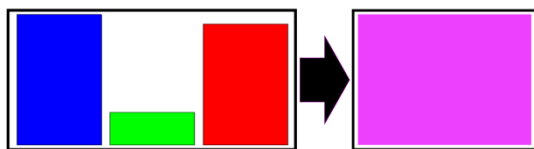
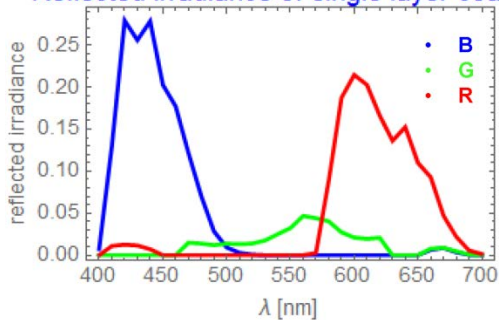


Abb. 2.19: Die sich aus dem Beispiel in Abb. 2.18 ergebende spektrale Bestrahlungsstärke (oben), die daraus resultierende integrale Bestrahlungsstärke pro Rot-, Grün- und Blau-Kanal (unten links) und die dem entsprechende additive Farbmischung (unten rechts). Die Einzelschicht erscheint also purpurfarben.

Gibt es Abweichungen der Schichtdicke von der Solldicke, zum Beispiel durch Fertigungsfehler der Beschichtung, dann verschieben sich die Minima der spektralen Reflektivitätskurven entsprechend der veränderten optischen Weglänge. Zu dicke Schichten erscheinen blauer, zu dünne roter (vgl. Abb. 2.20).

Single Layer Coating Thickness Deviation

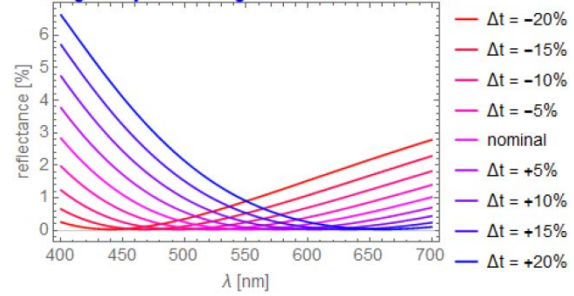


Abb. 2.20: Einzelschicht mit n_c=1.38 auf n_g=1.85 bei abweichender Schichtdicke. Abweichungen in der Schichtdicke führen zu verschobenen Reflektivitätsprofilen. Eine Dickenabweichung von Δt = 10% entspricht einem Dickenfehler von nur 10 Nanometern.

Abweichungen der Schichtdicken und Schichtdickenvariationen für verschiedene Orte auf den Linsen können erheblichen Einfluss auf die Bildqualität haben. Schichtdickenabweichungen müssen besonders bei der Fertigung mehrlagiger Schichtsysteme vermieden werden (vgl. den Abschnitt „Die Dreifachschicht“).

In realen optischen Systemen können die Einfallswinkel auf die brechenden Flächen im nominellen Strahlengang bereits 40° oder mehr betragen. Bei Rückreflexen können die Einfallswinkel sogar noch größer sein. Fällt das Licht schräg unter dem Winkel *i* auf die Fläche, dann nimmt die optische Wegdifferenz der beiden reflektierten Wellen nach der weiter oben angegebenen Formel

$$OPD = 2 n_c d \cos i'$$

um den Faktor $\cos i'$ ab. Ausgedrückt durch den Winkel des einfallenden Strahls lautet der Faktor $\cos i' = \sqrt{1 - (\sin i/n_c)^2}$. Die Phasen der reflektierten Wellen treten für die Wellenlänge λ₀ (grünes Licht) deshalb bei schrägem Einfall nicht mehr in genau der gleichen Phase aus dem Medium und die Reflektivität steigt. Blauem Licht dagegen, bei dem bei direktem Einfall die optische Weglänge durch die Schicht zu lang war (vgl. die vorherige Abb. 2.16), kommt die Verkürzung der optischen Weglänge bei schrägem

Einfall zugute: Die Phasendifferenz der reflektierten Wellen wird verkleinert. Bei rotem Licht dagegen wird die optische Wegdifferenz noch kleiner und die Reflektivität steigt weiter an. Das reflektierte Licht wird also bei höheren Einfallswinkeln „roter“ (vgl. Abb. 2.21).

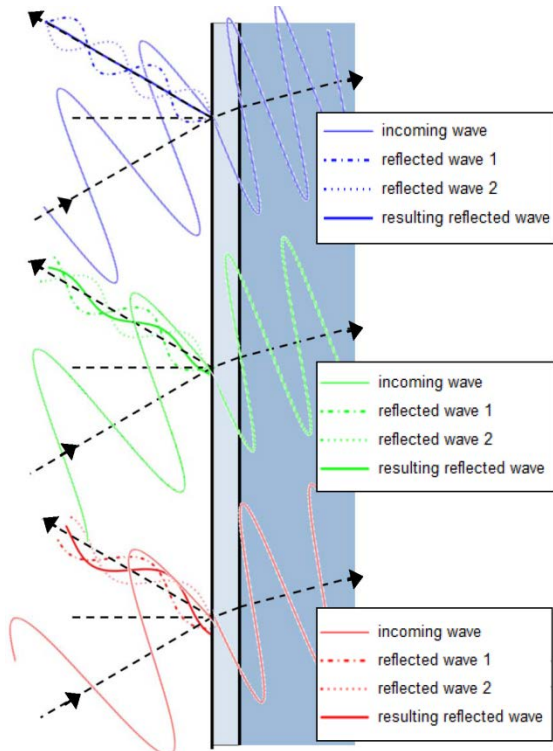


Abb. 2.21: Zur spektralen Verschiebung des Reflektivitätsprofils bei schrägem Einfall.

Bei schrägem Einfall ändert sich auch die Fresnel'sche Reflektivität. Sie steigt an der Luft-Schicht-Grenzfläche stärker an als an der Schicht-Glas-Grenzfläche (vgl. Anhang A.1). Damit wird auch die Amplitudenbedingung verletzt. Deshalb steigt die minimale Reflektivität bei schrägem Einfall an (vgl. Abb. 2.22). Diese „Rotverschiebung“ bei schrägem Einfall tritt aus dem gleichen Grund genauso bei Mehrschichten auf.

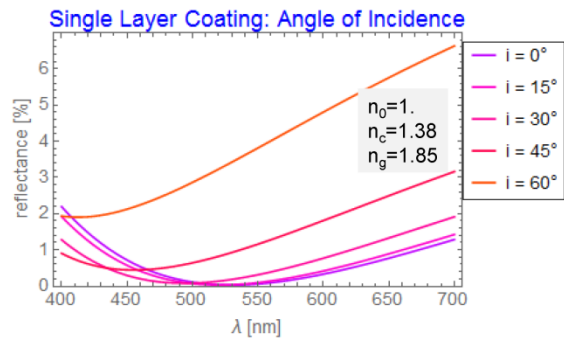
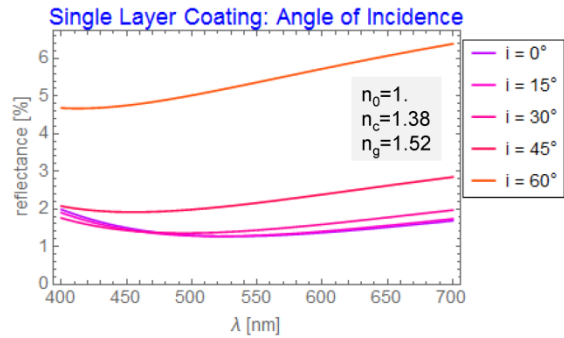


Abb. 2.22: Reflektivitätsprofile für verschiedene Einfallswinkel i . Oben: MgF_2 ($n_c=1.38$) auf BK7 ($n_g=1.52$); Unten: MgF_2 ($n_c=1.38$) auf LASF9 ($n_g=1.85$).

Wir haben oben unterschlagen, dass die Phasenbedingung allgemein erfüllt ist, wenn man ganze Perioden dazuzählt, also $\frac{2\pi}{\lambda_0} 2n_c d = \pi + 2\pi j$ ($j=1,2,\dots$), was zu Schichtdicken λ_0/n_c multipliziert mit $1/4$, $3/4$, $5/4$, ... führt. Da das Licht bei größeren Schichtdicken einen größeren Weg im Medium als den minimalen Wert $d = \frac{\lambda_0}{4 n_c}$ zurücklegt, ist die Phasenverschiebung bei einer bestimmten (von λ_0 abweichenden) Wellenlänge größer und die Beschichtung wird „schmalbandiger“, das heißt der Wellenlängenbereich mit niedriger Reflektivität wird schmaler (vgl. Abb. 2.23). Deshalb wird für die Breitbandentspiegelung immer die minimale Schichtdicke $d = \frac{\lambda_0}{4 n_c}$ verwendet.

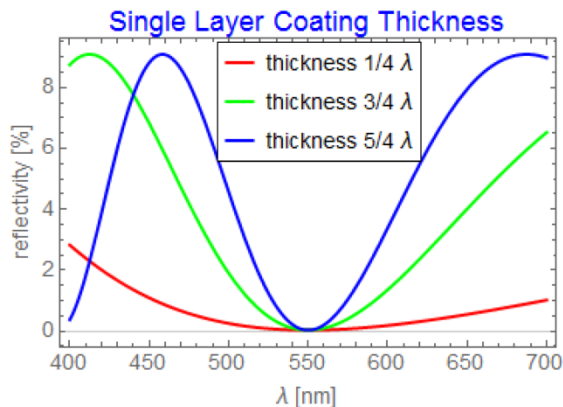


Abb. 2.23: Die Phasenbedingung bei λ_0 (hier 550nm) ist auch für ganzzahlige Vielfache der Phasenverschiebung $180^\circ+360^\circ=540^\circ$ (entsprechend der Dicke $3/4 \lambda_0$), $180^\circ+720^\circ=900^\circ$ (entsprechend $5/4 \lambda_0$), usw. erfüllt. Die Reflektivität wird dann aber schmalbandiger.

Ein Nachteil der Einfeldschicht aus Magnesiumfluorid ist, dass die Reflektivität bei niedrig brechenden Gläsern nicht vollständig beseitigt werden kann. So bleibt zum Beispiel für das Glas BK7 ($n_g=1.52$) eine Restreflektivität von etwa 1.3%. Ein zweiter Nachteil besteht darin, dass die Reflektivität im blauen und roten Bereich des sichtbaren Spektrums noch recht hoch ist (vgl. Abb. 2.17). Bei einer Einfeldschicht gibt es keine Möglichkeit diese „V-Form“ der spektralen Reflektivität zu vermeiden. Die Reflektivität einer Einfeldschicht hat nur ein Minimum.

Die Zweifachschicht – flexibles Äquivalent der Einfeldschicht oder achromatisierende Schicht

Bei einer Entspiegelung, bei der zwei Schichten übereinander liegen, entstehen drei reflektierte Wellen (vgl. Abb. 2.24). (Bei den hier betrachteten AR-Schichten kann man mehr als zwei Reflexionen innerhalb einer Schichtlage in guter Näherung vernachlässigen (vgl. Anhang A.2).)

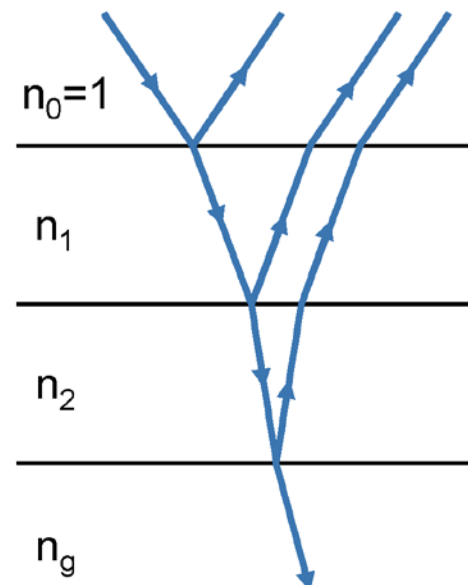


Abb. 2.24: Bei einer Doppelschicht entstehen (wenn man Mehrfachreflexionen vernachlässigt) drei reflektierte Wellen, die miteinander interferieren.

Während bei einer Einfeldschicht die Amplitude und Phase für die Auslöschung der beiden reflektierten Wellen eindeutig bestimmt ist, gibt es bei einer Zweifachschicht (also drei reflektierten Wellen) bereits sehr viele Möglichkeiten, um bei einer bestimmten Wellenlänge insgesamt eine Auslöschung der reflektierten Intensität zu erreichen. Zwei Beispiele sind in Abb. 2.25 dargestellt.

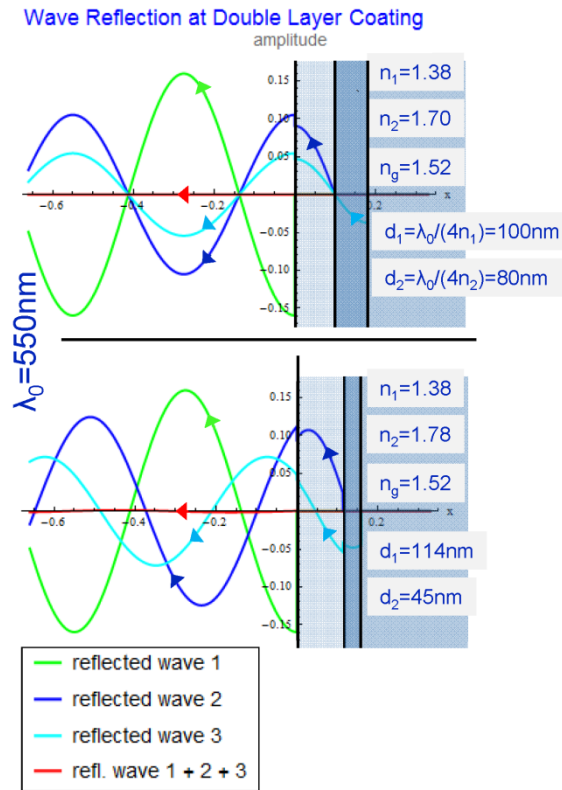


Abb. 2.25: Zwei Beispiele für eine resultierende verschwindende Amplitude.

Eine „ $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Schicht“ nennt man die Kombination zweier Einzelschichten mit jeweils gleichem optischen Weg $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$, aber verschiedenen Brechungsindizes n_1, n_2 . Bei einer $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Schicht ergibt sich (vgl. Anhang A.4) folgende Amplitudenbedingung für die Referenzwellenlänge λ_0 (wir setzen wieder $n_0=1$):

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{n_g}$$

Dies bedeutet, dass man den erforderlichen Wert $\sqrt{n_g}$ bei niedrigbrechenden Gläsern, etwa $\sqrt{1.52} = 1.23$ bei BK7, durch das Verhältnis der Schichtbrechungsindizes n_2/n_1 erreichen kann (statt wie bei der Einzelschicht durch deren Brechungsindex selbst, an dem die Auswahl robuster Materialien scheitert). In diesem Beispiel eignet sich die Kombination $n_1=1.38, n_2=1.70$ (MgF_2/MgO) oder $n_1=1.65, n_2=2.1$ (CeF_3/ZrO_2). Allerdings bleibt diese Entspiegelung noch deutlich „V-

förmig“, also relativ schmalbandig und ist demnach purpurfarben.

Material	Material Name	Brechungsindex n (550nm)
Na_3AlF_6	Kryolith	1.35
MgF_2	Magnesiumfluorid	1.38
SiO_2	Siliziumdioxid	1.45
Si_2O_3	Disiliziumtrioxid	1.55
CeF_3	Cerfluorid	1.63
Al_2O_3	Aluminiumoxid	1.65
MgO	Magnesiumoxid	1.70
Nd_2O_3	Neodym Oxid	1.95
ZrO_2	Zirkoniumoxid	2.05
CeO_2	Ceroxid	2.22
ZnS	Zinksulfid	2.36
TiO_2	Titandioxid	2.32
$ZnSe$	Zinkselenid	2.65

Abb. 2.26: Auswahl an Materialien für Beschichtungen im sichtbaren Spektrum.

Die Brechungsindizes der meisten Beschichtungsmaterialien liegen in einem der folgenden Wertebereiche: von etwa 1.35-1.45, dann 1.63-1.76 und etwa 2-2.5 (vgl. Abb. 2.26): Diese Werte liegen jeweils etwa einen Faktor 1.2-1.4 ($\sqrt{1.5}$ bis $\sqrt{1.8}$) auseinander, so wie es die angegebenen Bedingungsgleichungen für ein niedriges Reflektivitätsniveau erfordern.

Eine andere Möglichkeit ist der Einsatz einer Schicht mit der optischen Dicke $\lambda/2$ statt $\lambda/4$. Dies ist zunächst erstaunlich, da die Welle in der Schicht mit der Dicke $\lambda/2$ bei der Referenzwellenlänge eine komplette Periode durchläuft, also in der gleichen Phase wie die an der Grenzfläche zwischen den beiden Schichtlagen reflektierte Welle schwingt. Deshalb ist die Reflektivität einer „ $\lambda/4$ - $\lambda/2$ -Schicht“ bei der Referenzwellenlänge gleich der der $\lambda/4$ -Einzelschicht, also $R=1.3\%$ für MgF_2 auf BK7. Wenn der Brechungsindex der $\lambda/2$ -Schicht größer als der des Glassubstrats ist, kann die $\lambda/2$ -Schicht die Reflektivitäten im blauen und roten Bereich des sichtbaren Spektrums deutlich senken: Das Profil wird „W-förmig“ (vgl. Abb. 2.28). Der Mechanis-

mus der „achromatisierenden“ Wirkung der $\lambda/2$ -Schicht ist in Abb. 2.27 dargestellt: Deren Phasenverschiebung ist im blauen Spektralbereich positiv, im roten negativ, also genau entgegengesetzt und damit kompensierend zur Phasendifferenz der $\lambda/4$ -Schicht.

Wave Reflection at Double Layer Coating

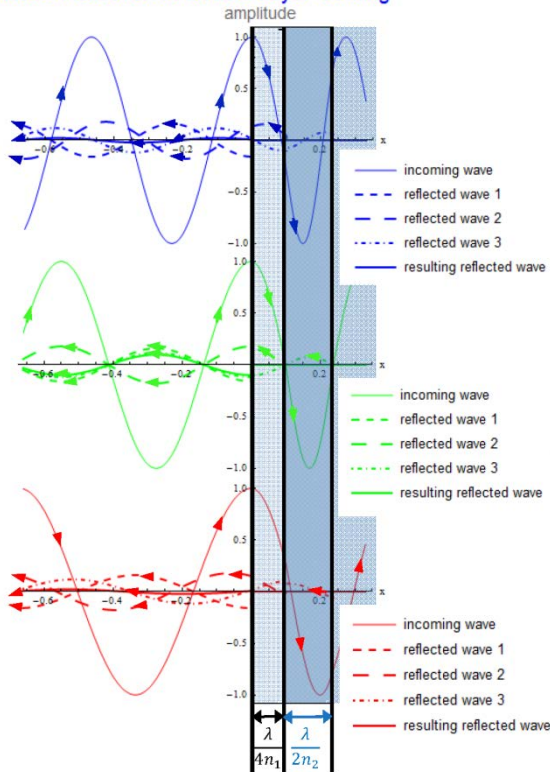


Abb. 2.27: Darstellung der Phasenverschiebung der $\lambda/4$ - $\lambda/2$ -Schicht: Die Phase wird im roten und blauen Spektralbereich durch das entgegengesetzte Vorzeichen kompensiert, bei der grünen Referenzwellenlänge ändert die $\lambda/2$ -Schicht nichts: Die Reflektivität bei λ_0 ist damit nur durch die $\lambda/4$ -Schicht und den Glasbrechungsindex festgelegt.

Double Layer Coatings on BK7 ($n_g=1.52$)

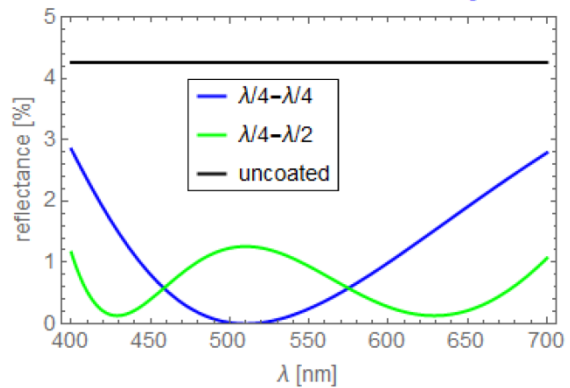


Abb. 2.28: Reflektivitätsprofil einer $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Doppelschicht mit $n_1=1.38$, $n_2=1.7$ und einer $\lambda/4$ - $\lambda/2$ -Doppelschicht mit $n_1=1.38$, $n_2=2.0$, beide auf Glas mit $n_g=1.52$. Referenzwellenlänge: $\lambda_0=510\text{nm}$.

Double Layer Coatings on LASF9 ($n_g=1.85$)

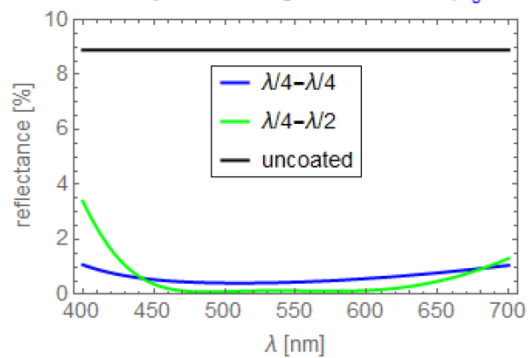


Abb. 2.29: Zweifachschichten auf höherbrechendem Glas ($n_g=1.85$). Blaue Kurve: $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Doppelschicht mit $n_1=1.38$, $n_2=1.78$. Grüne Kurve: $\lambda/4$ - $\lambda/2$ -Doppelschicht mit $n_1=1.38$, $n_2=2.0$. Referenzwellenlänge: $\lambda_0=510\text{nm}$.

Eine weitere deutliche Verbesserung der Breitbandentspiegelung, besonders bei niedriger brechenden Gläsern, bringt die Dreifachschicht.

Die Dreifachschicht – der Schritt zur Breitbandentspiegelung

Erweitert man die im vorigen Abschnitt dargestellten Designs um eine weitere Schichtlage, kommt man zur Dreifachschicht, wobei hier die „ $\lambda/4$ - $\lambda/4$ - $\lambda/4$ “ und „ $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ “ von besonderer Bedeutung sind.

Bei der $\lambda/4$ - $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Schicht verschwindet die Reflektivität bei λ_0 , wenn folgende Bedingung erfüllt ist (vgl. Anhang A.5):

$$\frac{n_1 n_3}{n_2} = \sqrt{n_g}$$

Sie bietet also noch mehr Kombinationsmöglichkeiten verschiedener Beschichtungsmaterialien (vgl. Abb. 2.30 für zwei Beispiele).

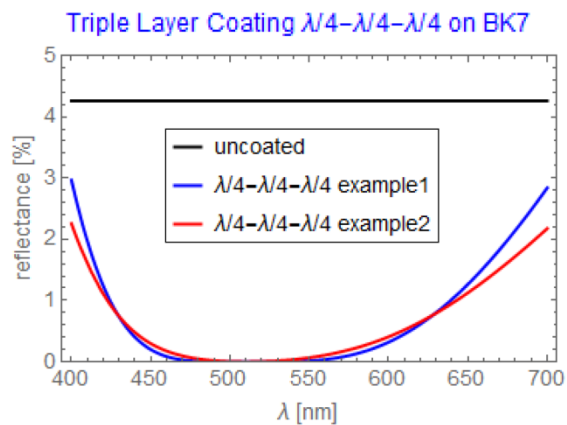


Abb. 2.30: Beispiel zweier „ $\lambda/4$ - $\lambda/4$ - $\lambda/4$ “-Schichten auf BK7 ($n_g=1.52$). Die Daten von Beispiel 1: $n_1=1.38$, $n_2=2.1$ und $n_3=1.88$ bzgl. $\lambda_0=510\text{nm}$ bzw. Beispiel 2: $n_1=1.38$, $n_2=1.9$, $n_3=1.7$.

Bei einer $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ -Schicht lautet die Amplitudenbedingung:

$$\frac{n_3}{n_1} = \sqrt{n_g}$$

genauso wie bei einer $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Doppelschicht mit dem zusätzlichen spektralverbreiternden Effekt der $\lambda/2$ -Schicht. Walter Geffcken hat diesen „ $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ “-Schichttyp bei SCHOTT in Jena bereits 1940 patentiert. Diese $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ -Schicht schafft die Möglichkeit für alle Gläser eine gute, breitbandige Entspie-

gelung zu erreichen. Abb. 2.31 zeigt zwei Beispiele auf BK7.

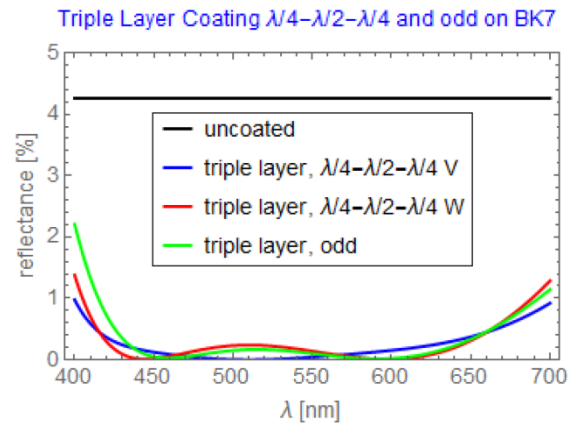


Abb. 2.31: Verschiedene Dreifach-Schichten auf BK7 ($n_g=1.52$). Die rote und blaue Kurve zeigen zwei Beispiele einer „ $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ “-Schicht. Die Daten der „V-förmigen“ Kurve: $n_1=1.38$, $n_2=2.15$ und $n_3=1.7$ auf BK7 ($n_g=1.52$) bzgl. $\lambda_0=510\text{nm}$. Daten der leicht „W-förmigen“ Kurve: $n_1=1.38$, $n_2=2.15$, $n_3=1.62$. Die Daten der grün eingezeichnete Kurven einer numerisch optimierten Schicht: $n_1=1.38$, $n_2=2.1$, $n_3=1.8$, $d_1=567.2\text{nm}/(4n_1)$, $d_2=212.3\text{nm}/(4n_2)$ und $d_3=731.4\text{nm}/(4n_3)$ (nach Thetford (1969)).

Die in Abb. 2.31 grün eingezeichnete Kurve bezieht sich auf ein Design, das rein numerisch optimiert wurde: Dessen Schichtdicken weichen von „ $\lambda/4$ “ oder „ $\lambda/2$ “ deutlich ab.

Eine weitere Variante zeigt Abb. 2.32: eine $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/2$ -Schicht auf einem hochbrechenden Glas mit $n_g=1.85$.

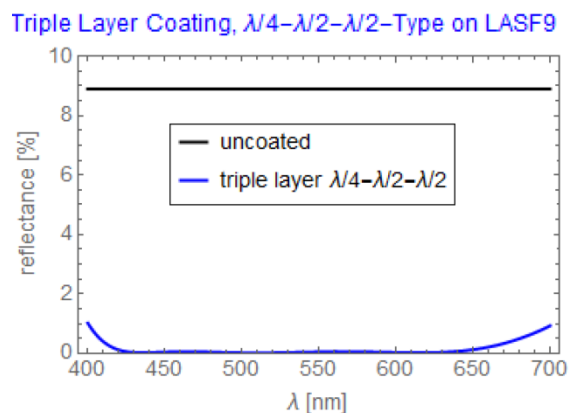


Abb. 2.32: Eine $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/2$ -Dreifachschicht auf hochbrechendem Glas $n_g=1.85$: mit $n_1=1.38$, $n_2=2.15$ und $n_3=1.7$ auf LASF9 ($n_g=1.85$) (bzgl. $\lambda_0=510\text{nm}$).

Diese Daten zeigen, dass mit Dreifachschichten eine gute Entspiegelung, das heißt eine Reflektivität von kleiner als etwa 0.4% über den gesamten sichtbaren Spektralbereich möglich ist. Wichtig ist außerdem noch die Entspiegelungsgüte bei schrägem Einfall des Lichts auf die Linse: In Abb. 2.33 sieht man dazu Daten einer $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ -Schicht für verschiedene Einfallswinkel bis 45° .

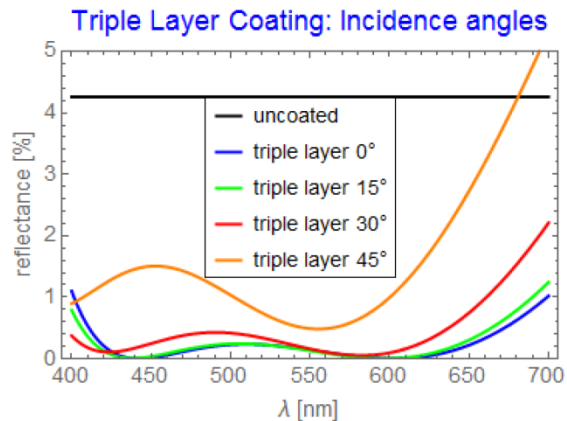


Abb. 2.33: Reflektivitätsprofile einer $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ -Dreifachschicht (hier bzgl. $\lambda_0=510\text{nm}$) mit $n_1=1.38$, $n_2=2.15$ und $n_3=1.62$ auf BK7 ($n_g=1.52$) bei verschiedenen Einfallswinkeln.

Wir haben im Abschnitt „Die Einfachschicht“ gezeigt, dass eine Dickenabweichung einer Einfachschicht zu Farbverschiebungen führt. Mehrfachschichten sind bei Dickenabweichungen meist noch sensibler: Abb. 2.34 zeigt den Einfluss von Dickenabweichungen einer Dreifachschicht. Die Reflektivität steigt bei zu dicker Schicht im Blauen abrupft an, führt also zu einem Blaustich. Eine zu dünne Schicht dagegen führt zu rötlichen Reflektionen.

Die Abb. 2.35 zeigt die rötliche Verfärbung einer zu dünn beschichteten Fläche im Vergleich mit der leicht grün schimmernden Beschichtung mit richtiger Dicke.

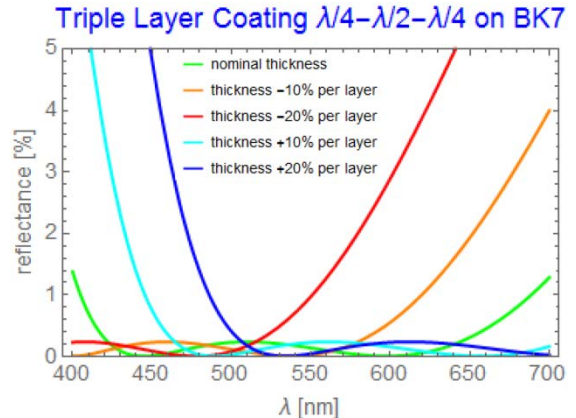


Abb. 2.34: Reflektivitätskurven einer Dreifachschicht mit zu dünner oder zu dicker Schicht.

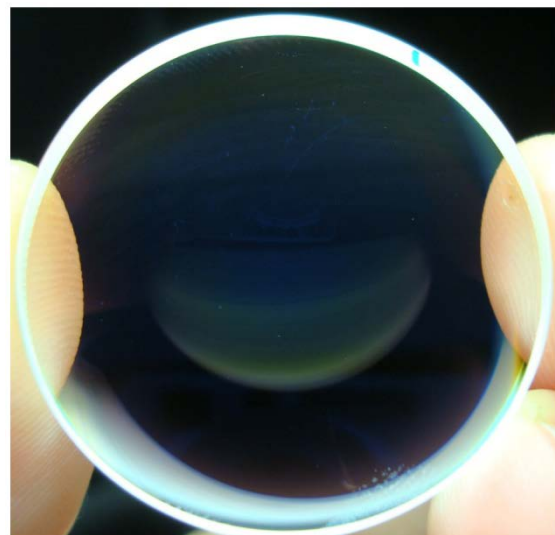
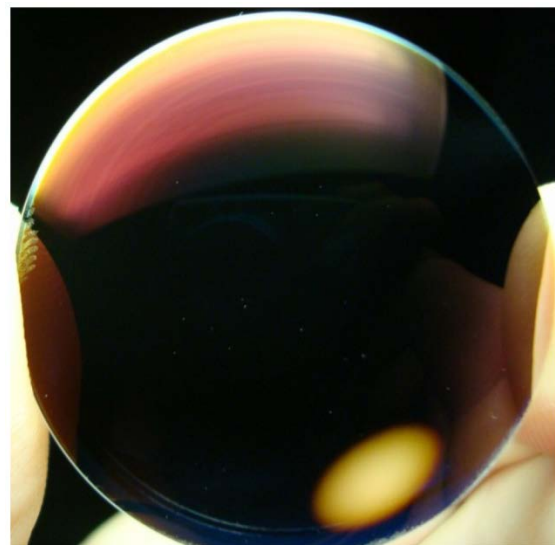


Abb. 2.35: oben: Färbung einer (am Linsenrand) zu dünn aufgedampften Schicht; unten: Schicht mit korrekter Dicke (leicht grünlich, da „W-Profil“).

Seit den 1990ern gibt es Beschichtungsanlagen mit geneigtem Planetensystem, mit denen auch stark gekrümmte Linsen homogen beschichtet werden können (vgl. Abb. 2.36).



Abb. 2.36: Beschichtungsanlage mit Planetensystemgetriebe, die sehr homogen aufgetragene Beschichtungen ermöglicht.

Komplexe Mehrschichten für hochwertige Objektiv

Die Abbildung 2.37 fasst vergleichend die Reflektivitätsverläufe des unbeschichteten Glases, sowie Ein-, Zwei- und Dreifachschicht für BK7 ($n_g=1.52$) zusammen.

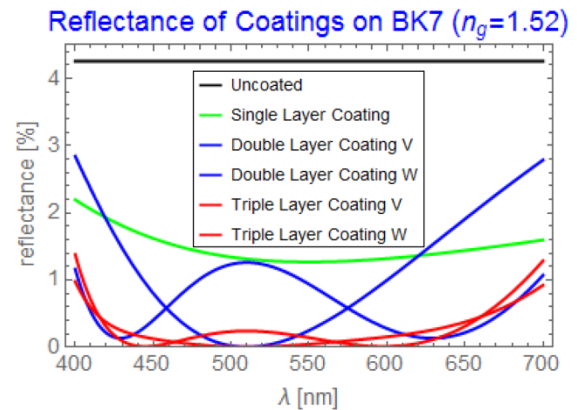


Abb. 2.37: Vergleichende Darstellung der in den vorherigen Abschnitten dargestellten Schichten auf einem niedriger brechenden Glas ($n_g=1.52$).

Die zusammenfassende Darstellung für ein hochbrechendes Glas ($n_g=1.85$, vgl. Abb. 2.38) zeigt dagegen schon bei der Einfachschicht eine viel größere Reflexminderung. Durch wenige weitere Schichtlagen erhält man hier eine hervorragende Breitbandentspiegelung.

Reflectance of Coatings on LASF9 ($n_g=1.85$)

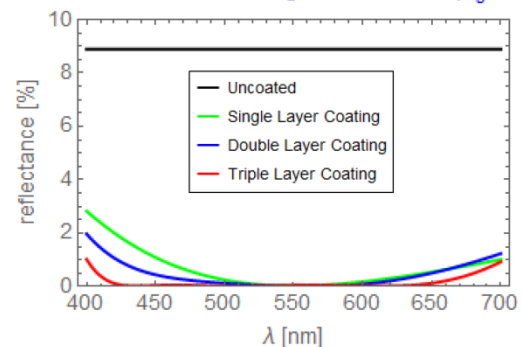


Abb. 2.38: Vergleichende Darstellung der in den vorigen Abschnitten dargestellten Schichten auf einem höher brechenden Glas ($n_g=1.85$).

Die folgenden Abbildungen zeigen die gleichen in Abb. 2.37 und 2.38 dargestellten Beschichtungen über einen größeren Wellenlängenbereich von 250nm bis 1500nm.

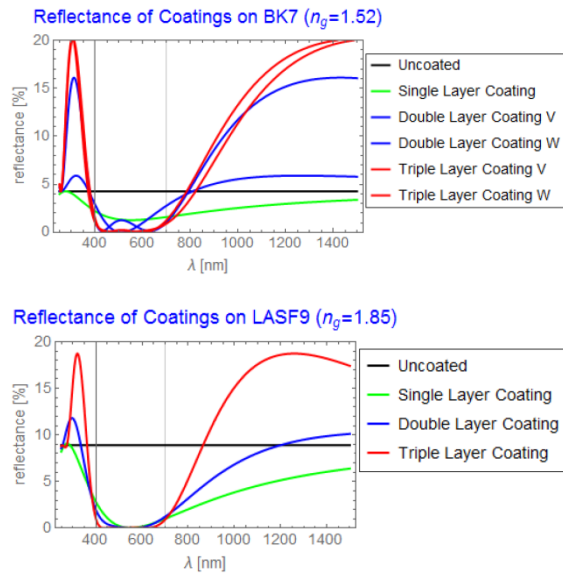


Abb. 2.39: Dieselben Beschichtungen dargestellt über einen Wellenlängenbereich einschließlich UV und IR.

Die stark ansteigenden Reflektivitäten vom sichtbaren in den ultravioletten sowie infraroten Wellenlängenbereich in Abb. 2.39 machen deutlich, warum eine Erweiterung der Entspiegelung vom sichtbaren Spektralbereich auf den UV- oder IR-Bereich zu erheblich komplizierteren Schichtsystemen führt.

Einige Materialien einzelner Schichtlagen sind nur für bestimmte Herstellungsverfahren geeignet und für andere, z. B. das thermische Verdampfen, ungeeignet. Sie können aber häufig als Ausgangspunkt für ein Schicht-Design verwendet werden, bei dem diese Materialien durch andere in der Wirkung äquivalente Materialien ersetzt werden. So findet man in der Wirkung gleichwertige Beschichtungen bestehend aus mehr Lagen, aber weniger verschiedenen Materialien. Systematische Methoden hierzu haben in der Theorie dünner Schichten z. B. Thelen (1969), Thelen (1988), Furman, Tikhonravov (1992) dargestellt. Einen Überblick zu numerischen Optimierungsmethoden und kommerziellen Softwarepaketen gibt Dobrowolski (1997). Eine historische Chronologie von Methoden zur Optimierung

von AR-Schichten findet man bei Schallenberg (2006).

Man kann durch weitere Schichtlagen, insgesamt 7 oder mehr, die Reflektivitäten über einen großen Bereich des sichtbaren Spektrums auf bis zu 0.1-0.2% reduzieren (vgl. Abb. 2.40). Damit sinkt die Intensität von Glas-Glas-Reflexen grob um etwa einen Faktor 1000 im Vergleich zu unbeschichteten Linsen. Außerdem können die Reflektivitäten für größere Einfallswinkel des Lichts weiter reduziert werden.

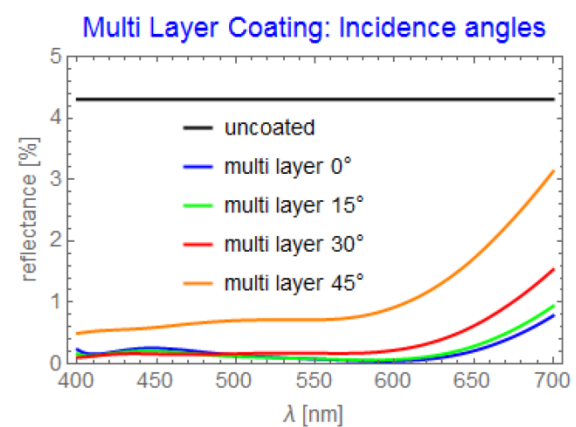


Abb. 2.40: Reflektivitätsverläufe einer Beschichtung aus 7 Lagen auf BK7 ($n_g=1.52$) bei verschiedenen Einfallswinkeln.

Solche komplexen Schichtsysteme haben häufig eine „Baumkuchenstruktur“, das heißt die Vergütung besteht aus einer abwechselnden Folge von einer niedrigbrechenden Schicht (z. B. Magnesiumfluorid) und einem hochbrechenden Material (z. B. einer harten Oxidschicht). Die Dicken der einzelnen Schichtlagen werden numerisch optimiert und sind in der Regel deutlich unterschiedlich voneinander (für Beispiele solcher Mehrschicht-Designs vgl. Cushing (2011) oder Macleod (2001)). In Simulationsprogrammen für Beschichtungen wird nacheinander der Übergang der elektrischen Feldkomponenten des Lichts gemäß der Fresnel'schen Gleichungen von einer Schichtlage zur nächsten berechnet (vgl. Anhang A.3). Dicken und Brechungsindizes (bzw. Materialien) können variiert und das Schichtdesign für vorgege-

bene Anforderungen an die spektrale Reflektivität optimiert werden. Dabei werden auch Mehrfachreflexionen in den Schichten und die Materialabsorption berücksichtigt. Die Schichtdicken und Materialarten können durch fertigungstechnische Randbedingungen eingeschränkt werden.

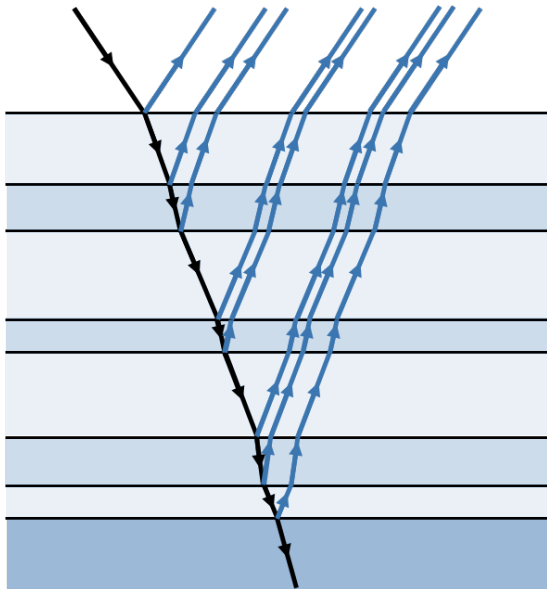


Abb. 2.41: Mehrfachsicht mit typischer „Baumkuchenstruktur“. Die einzelnen Schichtlagen sind meist verschieden dick. Es sind nur einfach reflektierte Strahlen eingezeichnet.

Neben dem Aufbau vom Typ „abwechselnd hochbrechende und niedrigbrechende Schichtlage“ gibt es noch die Möglichkeit die Mehrfachsicht so aufzubauen, dass die Brechungsindizes von Luft ausgehend steigen, aber nicht den Brechungsindexwert des Glases überschreiten. Lord Rayleigh hat theoretisch gezeigt, dass durch eine kontinuierliche Gradientenschicht die Reflektivität völlig verschwindet (Rayleigh (1880)). Bei Infrarotgläsern mit sehr hohen Brechungsindizes von etwa 3.5 oder 4 kann man bereits mit wenigen Lagen, wie z. B. einer Zweifachsicht mit Magnesiumfluorid und

einem schweren Oxid, in steigender Anordnung der Brechungsindizes der Einzellagen von Luft zum Glas eine sehr stark verbesserte Transmission erreichen. Bei den niedriger brechenden Gläsern im sichtbaren Bereich ist dies mangels der Verfügbarkeit robuster Beschichtungsmaterialien schwieriger. Mittlerweile wurden auch im sichtbaren Spektralbereich verschiedene Formen von Gradientenindexmedien (graded refractive index, GRIN), teilweise inspiriert von in der Natur vorkommenden Strukturen wie „nanostrukturierten Mottenaugen“ (der Hornhaut des Auges der Nachtmotte), umgesetzt. Bei einer nanoporösen MgF_2 -Schicht konnte ein Gradientenverlauf des Brechungsindex von $n = 1.33$ am Substrat bis 1.16 an der Oberseite erreicht werden (Bruynooghe, Tono, Sundermann, Koch, Schulz (2014)).

Wir haben hier nur die prinzipielle Funktionsweise von AR-Schichten dargestellt und einige Designbeispiele angegeben. Für die Qualität von Beschichtungen spielen vor allem auch fertigungstechnische Aspekte wie die Sauberkeit im Beschichtungsprozess, die Umsetzung sehr kleiner Fertigungstoleranzen, sowie auch die Haltbarkeit, Robustheit (vgl. Abb. 2.42) und Lebensdauer der Beschichtung bei thermischen und mechanischen Belastungen sowie deren Verhalten bei Feuchtigkeit eine Rolle.

Es gibt heute viele verschiedene Fertigungsverfahren für Beschichtungen. Zu Herstellungsverfahren gibt es umfangreiche Monographien wie Baumeister (2004), Pulker (1999), Macleod (2001), Knittl (1976) und Anders (1967). In dem Buch von Bliedtner, Gräfe (2010) findet man auf der beigelegten DVD auch einen Film zum Beschichtungsprozess.

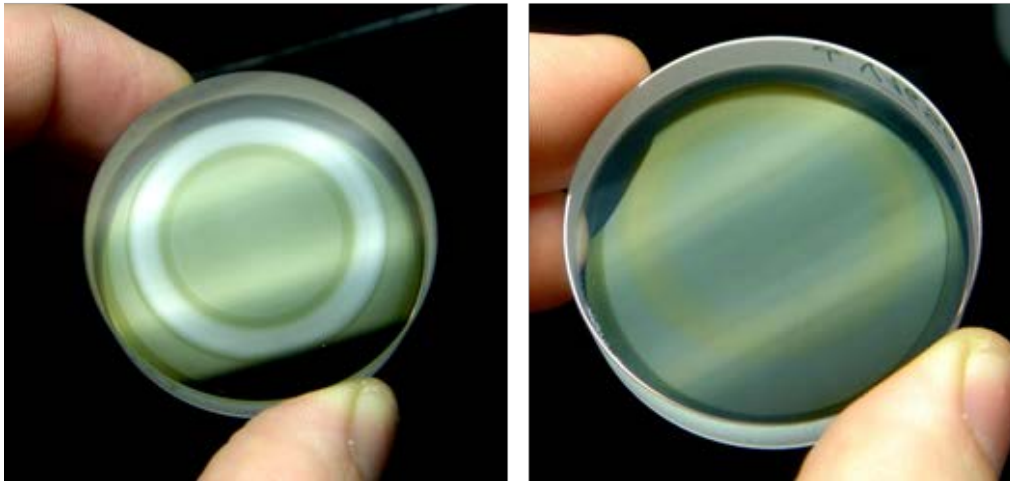


Abb. 2.42: Oben: Beim Abriebtest wird ein Radiergummi mit Druck auf der beschichteten optischen Fläche gerieben. Unten: Abrieb verschiedener Testschichten nach 500 Zyklen. (Abbildungen von Thomas Rittmann.)

Simulation und Optimierung von Geisterbildern in optischen Systemen

Gute Beschichtungen sind eine Grundvoraussetzung für reflexarme Systeme. Sie sind aber noch keine Garantie dafür. Die Qualität des Reflexverhaltens eines Objektivs kann deutlich verbessert werden, wenn man bei der Entwicklung die Reflexbilder analysiert und gegebenenfalls bei dominierenden Reflexen das optische Design modifiziert.



Abb. 3.1: Aufnahme desselben Motivs mit zwei verschiedenen Objektiven. Im oberen Bild erscheint ein auffälliger grüner Reflex, während das Objektiv unten kaum Reflexe zeigt. (Aufnahmen von Dr. H. Nasse.)

Das Reflexverhalten kann sich zwischen verschiedenen (auch bauähnlichen) Objektiven erheblich unterscheiden. Das Praxisbeispiel in Abb. 3.1 zeigt, dass das Objektiv A einen kräftigen grünen Reflex zeigt, während das Objektiv B unauffällig ist.

Wir machen eine vereinfachte Betrachtung: Angenommen, ein Lichtstrahl, der durch das gesamte System in die Bildebene gelangt, wird von dort mit einer Reflektivität von 5% wieder in das optische System reflektiert und gelangt nach einer Reflektion an einer AR-beschichteten optischen Fläche ($R = \text{ca. } 0.2\%$) wieder zurück in die Bildebene. Dann hat der zweifach reflektierte Strahl eine Intensität von $0.002 \times 0.05 = 0.0001$. Das Verhältnis in der Intensität zwischen „Nutzstrahl“ und reflektiertem Strahl ist also $1:0.0001=10^{-4}$ oder $10^4:1$ oder etwa 13 Blendenstufen.

Erweitert man die eben angestellte Betrachtung eines einzelnen Strahls auf das ganze Bündel von Strahlen, das von einem Objekt in die Bildebene gelangt, dann erhalten wir schon eine realistische Abschätzung der maximal möglichen relativen Intensität eines einzelnen Reflexes: Würden alle reflektierten Strahlen des Bündels in einem Punkt der Bildebene fokussiert, dann läge die relative Stärke dieses Reflexes tatsächlich etwa bei 13 Blendenstufen. Wird das reflektierte Licht aber deutlich vor oder hinter der Bildebene fokussiert, dann sind die Reflexe sehr viel schwächer, weil sich das Licht auf eine große Fläche verteilt. Dieses Verhalten kann man während der Entwicklung eines Objektivs steuern: Man versucht in der Bildebene fokussierte Reflexbilder zu vermeiden.

Bei modernen Optikkonstruktionen entstehen Dutzende solcher Bildsensor-Glas-Reflexe und Hunderte von Glas-Glas-Reflexen. Dabei gelangt aber bei weitem nicht das ganze reflektierte Licht in die Bildebene, sondern auch aus dem optischen Pfad hinaus in mechanische Bauteile des Objektivs oder des Kameragehäuses.

Wie wir im ersten Kapitel gesehen haben, sind Intensitätsverteilungen der Reflexe aufgrund der hohen Aberrationen entlang der Reflexpfade oft sehr inhomogen, z. B. mit lokal punktförmigen oder sichelförmigen Lichtkonzentrationen. Überdies können

starke Reflexe in Verbindung mit hohen Einfallswinkeln oder durch Totalreflexionen auch außerhalb des Nutzstrahlengangs entstehen. Die Analyse des komplexen Reflexverhaltens erfordert deshalb umfangreiche optische Simulationen. Hierauf gehen wir in den folgenden Abschnitten genauer ein.

Die Anzahl von Doppelreflexen in der Bildebene und deren Stärke

Licht teilt sich an jeder brechenden Fläche in transmittiertes und reflektiertes Licht. Reflektiertes Licht wird an der nächsten brechenden Fläche wieder zum Teil reflektiert und hindurch gelassen, usw. So entsteht schnell eine riesige Anzahl von Reflexpfaden. Abb. 3.2 zeigt diese Mehrfachreflexionen an einer einfachen Linse bis hin zu 4-fach Reflexionen. Nur geradzahlige Reflexionen (2x, 4x, 6x,...) gelangen zurück in Richtung Bildebene und können die Abbildung stören. Die ungeradzahligen Reflexionen (1x, 3x, 5x,...) werden in den Objektraum zurückgespiegelt und sind irrelevant.

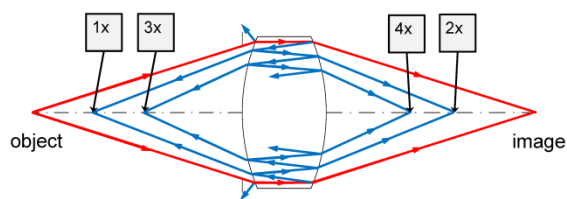


Abb. 3.2: Bei einer refraktiven (d. h. nur aus brechenden und nicht aus spiegelnden Flächen bestehenden) Optik, in diesem Beispiel eine dicke Linse, können nur geradzahlige Reflexe (2, 4, 6,... Reflexionen) in den Bildraum gelangen.

Bei einem Objektiv aus zwei Linsen, also vier optischen Flächenübergängen, gibt es zwischen den folgenden Flächenpaaren Glas-Glas-Reflexe (vgl. Abb. 3.3):

- 4-3, 4-2, 4-1,
- 3-2, 3-1,
- 2-1.

Damit gibt es insgesamt $3+2+1=6$ Reflexkombinationen. Allgemein ergeben sich bei einem Objektiv mit n optischen Grenzflächen

$$N_{2R,G-G} = 1 + 2 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}$$

Glas-Glas-Reflexe.

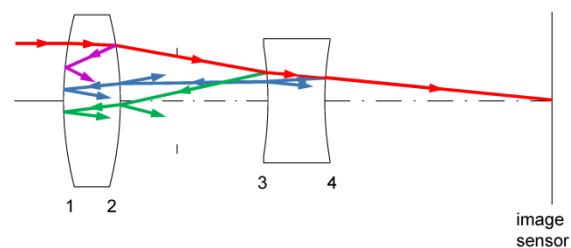


Abb. 3.3: Glas-Glas-Reflexe bei einem Objektiv aus zwei Linsen.

Hinzu kommen Reflexe vom Licht das in der Bildebene, also am Bildsensor bzw. Film, gespiegelt wird, in das optische System zurückgelangt und dort an jeder der n optischen Flächen wieder in Richtung der Bildebene zurückgespiegelt wird (vgl. Abb. 3.4). Dies ergibt zusätzlich n Bildsensor-Glas-Reflexe.

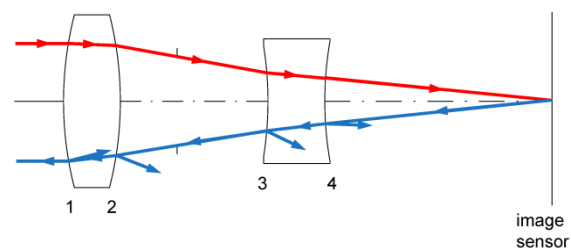


Abb. 3.4: Bildsensor-Glas-Reflexe bei einem Objektiv aus zwei Linsen.

Insgesamt ergeben sich zwischen allen optischen Oberflächen einschließlich dem Bildsensor damit

$$N_{2R,total} = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Reflexe. In erster Näherung steigt die Reflexzahl also quadratisch mit der Flächenzahl

gemäß $n^2/2$ an. Abb. 3.5 zeigt die Reflexanzahl gegenüber der Anzahl optischer Flächen zusammen mit der Anzahl optischer Flächen einiger Objektive. Während ein Tessar-Objektiv mit 6 Luft-Glas-Flächen 15 Glas-Glas-Reflexpfade hat, haben komplexe Zoomobjektive um die 1000 Reflexpfade.

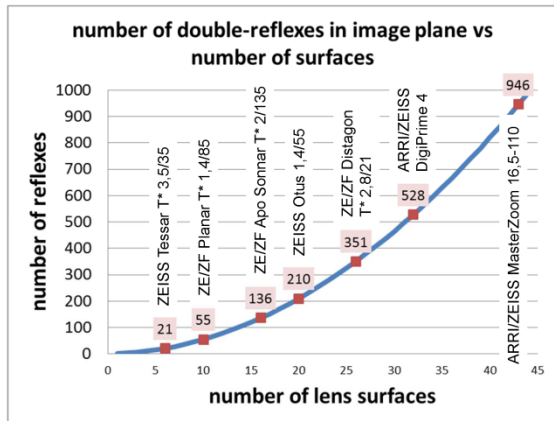


Abb. 3.5: Anzahl der Reflexe als Funktion der Anzahl brechender Flächen des Objektivs. Die Flächenzahl (Luft-Glas) einiger ZEISS Objektive ist mitangegeben.

Auch wenn die Anzahl der Reflexe zwischen Glasflächen und Bildsensor viel geringer ist als zwischen allen Glasflächen im Objektiv selbst, sind Glas-Bildsensor-Reflexe im Mittel etwa eine Größenordnung stärker und damit besonders wichtig zu kontrollieren. Bildsensoren haben häufig Reflektivitäten von etwa 5%, wobei es größere Abweichungen zwischen verschiedenen Modellen und Herstellern geben kann. Auch Film reflektiert etwa 5% des auftreffenden Lichts (vgl. Abb. 3.6).

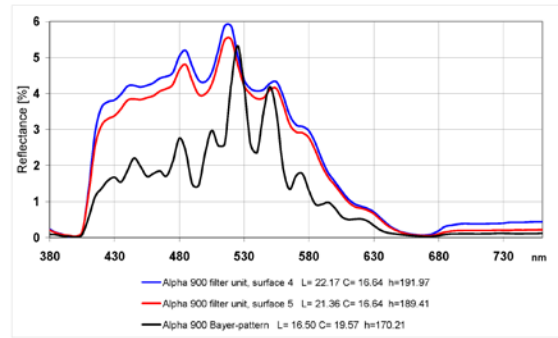
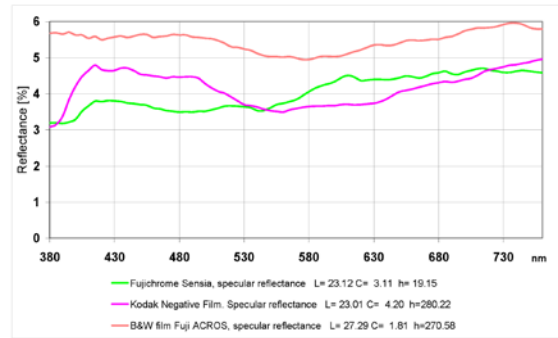


Abb. 3.6: Oben: Reflektivität von verschiedenen photographischen Filmen; unten: Reflektivität vom Bildsensor einer digitalen Fotokamera.

Hat beispielsweise eine beschichtete Glasfläche 0.2% Reflektivität, dann sind Bildsensor-Glas-Reflexe um ca. einen Faktor 25 stärker als Glas-Glas-Reflexe ($5\% \cdot 0.2\%$ gegenüber $0.2\% \cdot 0.2\%$).

number of reflections	uncoated lens	single layer coating	multi layer coating
0	1	1	1
1	$5.00 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	$2.0 \cdot 10^{-3}$
2	$2.50 \cdot 10^{-3}$	10^{-4}	$4.0 \cdot 10^{-6}$
3	$1.25 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	$8.0 \cdot 10^{-9}$
4	$6.25 \cdot 10^{-6}$	10^{-8}	$1.6 \cdot 10^{-11}$
5	$3.13 \cdot 10^{-7}$	10^{-10}	$3.2 \cdot 10^{-14}$
6	$1.56 \cdot 10^{-8}$	10^{-12}	$6.4 \cdot 10^{-17}$

Abb. 3.7: Relative Reflexintensitäten für Mehrfach-Glas-Glas-Reflexe bei einer Reflektivität pro brechender Fläche von 5% („unbeschichtet“), 1% („Einfachschicht“) und 0.2% („Mehrfachschicht“).

number of reflections	uncoated lens	single layer coating	multi layer coating
0	1	1	1
1	0.05	0.05	0.05
2	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$
3	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$
4*	$6.25 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$
4**	$6.25 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-10}$

*: 2 reflections at image sensor; **: 1 refl. Image

Abb. 3.8: Relative Reflexintensitäten für Mehrfach-Bildsensor-Glas-Reflexe bei einer angenommenen Reflektivität des Bildsensors von 5%.

Zweifach- und Vierfach-Reflexe

Nach Abb. 3.7 ist die Intensität eines einzelnen Vierfachreflexes bei beschichteten Flächen mehr als vier Größenordnungen kleiner als die eines Zweifachreflexes. Damit sind einzelne Vierfachreflexe sehr viel schwächer als einzelne Doppelreflexe. Vierfach reflektiertes Licht hat demnach den

Charakter einer fast kontinuierlichen Streulichtverteilung im Gegensatz zu den strukturierten Reflexbildern des zweifach reflektierten Lichts.

Andererseits ist die Anzahl von Vierfachreflexen sehr viel höher, nämlich proportional zur vierten Potenz der Flächenzahl. Die genaue Anzahl ist

$$N_{4R} = \frac{1}{24} (5n^4 - 10n^3 + 7n^2 - 2n).$$

Die Intensität eines Reflexes multipliziert mit der Anzahl der Reflexe gibt ein ungefähres Maß für das (mittlere globale) Streulichtniveau. Abb. 3.9 fasst die Anzahl der Reflexe N_{2R} bzw. N_{4R} , die Reflexstärke r^2 bzw. r^4 sowie das „mittlere Streulichtniveau“ $r^2 \cdot N_{2R}$ bzw. $r^4 \cdot N_{4R}$ jeweils für unbeschichtete ($r=5\%$ angenommen), einfach (1% pro Fläche angenommen) und mehrfach (0.2% pro Fläche angenommen) beschichtete Flächen zusammen.

number of surfaces	N_{2R}	r^2	$r^2 \cdot N_{2R}$	N_{4R}	r^4	$r^4 \cdot N_{4R}$	$(r^4 \cdot N_{4R}) / (r^2 \cdot N_{2R})$	
10	55	$2.5 \cdot 10^{-3}$	0.1375	1695	$6.25 \cdot 10^{-6}$	0.0106	0.0770	uncoated
20	210	$2.5 \cdot 10^{-3}$	0.525	30115	$6.25 \cdot 10^{-6}$	0.1882	0.3585	
30	465	$2.5 \cdot 10^{-3}$	1.1625	157760	$6.25 \cdot 10^{-6}$	0.9860	0.8482	
40	820	$2.5 \cdot 10^{-3}$	2.05	507130	$6.25 \cdot 10^{-6}$	3.1696	1.5461	
50	1275	$2.5 \cdot 10^{-3}$	3.1875	1250725	$6.25 \cdot 10^{-6}$	7.8170	2.4524	
10	55	$1 \cdot 10^{-4}$	0.0055	1695	$1 \cdot 10^{-8}$	0.00002	0.0031	single-layer coating
20	210	$1 \cdot 10^{-4}$	0.021	30115	$1 \cdot 10^{-8}$	0.0003	0.0143	
30	465	$1 \cdot 10^{-4}$	0.0465	157760	$1 \cdot 10^{-8}$	0.0016	0.0339	
40	820	$1 \cdot 10^{-4}$	0.082	507130	$1 \cdot 10^{-8}$	0.0051	0.0618	
50	1275	$1 \cdot 10^{-4}$	0.1275	1250725	$1 \cdot 10^{-8}$	0.0125	0.0981	
10	55	$4 \cdot 10^{-6}$	0.00022	1695	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$2.71 \cdot 10^{-8}$	0.0001	multi-layer coating
20	210	$4 \cdot 10^{-6}$	0.00084	30115	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$4.82 \cdot 10^{-7}$	0.0006	
30	465	$4 \cdot 10^{-6}$	0.00186	157760	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$2.52 \cdot 10^{-6}$	0.0014	
40	820	$4 \cdot 10^{-6}$	0.00328	507130	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$8.11 \cdot 10^{-6}$	0.0025	
50	1275	$4 \cdot 10^{-6}$	0.0051	1250725	$1.6 \cdot 10^{-11}$	$2.00 \cdot 10^{-5}$	0.0039	

Abb. 3.9: Reflexanzahl, Reflexstärke und deren Produkt („ungefähres, mittleres Streulichtniveau“) für unbeschichtete, einfach beschichtete und mehrfach beschichtete Flächen.

Abb. 3.10 zeigt das Verhältnis von (Intensität Vierfachreflex * Anzahl Vierfachreflexe) geteilt durch (Intensität Zweifachreflex * Anzahl Zweifachreflexe), also $(r^4 \cdot N_{4R}) / (r^2 \cdot N_{2R})$.

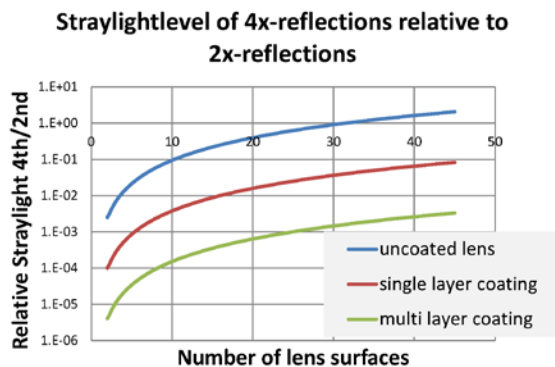


Abb. 3.10: Verhältnis des Streulichtniveaus (Reflexintensität mal Anzahl Reflexe) von Vierfach-Reflexen zu Zweifach-Reflexen $(r^4 \cdot N_{4R}) / (r^2 \cdot N_{2R})$.

Je mehr Flächen das System enthält und je größer die Reflektivitäten sind, desto mehr Einfluss haben Vierfachreflexe auf das mittlere Streulichtniveau. Der Einfluss von Vierfachreflexen ist bei einer unbeschichteten Optik allerdings erst ab 31 Flächen, bei Einfachschichten bei 156 Flächen und bei Mehrschichten bei 775 Flächen so groß wie das Streulichtniveau von Zweifachreflexen. Andererseits ist bei einem größeren optischen System mit 31 brechenden Flächen der Anteil am Gesamtstreulicht durch Doppelreflexe bei Einfachschichten einen Faktor 25 und bei Mehrschichten einen Faktor 625 größer als der von Vierfachreflexen. Deshalb kann man bei Reflexsimulationen Vierfachreflexionen glücklicherweise vernachlässigen, ansonsten wäre der ohnehin schon sehr große Rechenaufwand noch um ein Vielfaches höher.

Bestrahlungsstärke nicht fokussierter Reflexe

Bisher haben wir bei der Diskussion der Reflexstärke nur von Reflektivitäten der beteiligten teilspiegelnden Flächen gesprochen. Wichtig für die Intensität eines Geisterbilds ist dessen Größe (und auch Verteilung) in der Bildebene. Je weiter der Fokus des Reflexpfades von der Bildebene entfernt ist, desto schwächer ist der Reflex. Die Bestrahlungsstärke des Reflexbilds ist umgekehrt proportional zu dessen Fläche (vgl. Abb. 3.11).

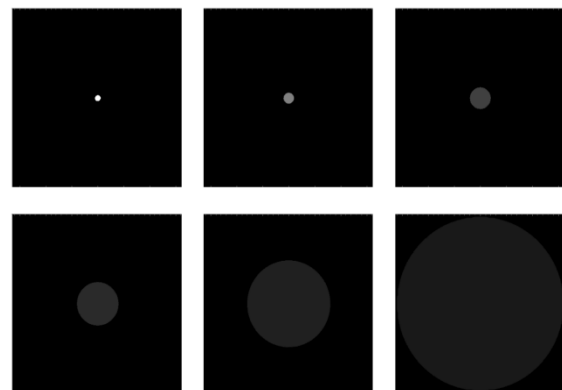


Abb. 3.11: Die Bestrahlungsstärke von Reflexen nimmt ab, je weiter sie von der Bildebene entfernt fokussiert werden. Die Abbildungen zeigen den dargestellten Helligkeitswert (proportional zu $\log_2(\text{Fläche})$) bei in jedem Schritt verdoppelter Defokussierung.

Reflexpfade in Fotoobjektiven

Nicht das ganze Licht, das an Glasflächen reflektiert wird, gelangt auch in die Bildebene zurück. Ein großer Teil des reflektierten Lichts trifft nach Reflexion der Linsen auf Fassungssteile, die Irisblende oder im Bildraum auf Bereiche außerhalb des Bildsensors. In groben Zahlen ausgedrückt erreichen bei einer Lichtquelle in der Mitte des Bildfeldes bei vielen Fotoobjektiven im Mittel nur etwa 25% des von einer optischen Fläche reflektierten Lichts den Bildsensor. Liegt die Lichtquelle in der Ecke des Objektfeldes, dann

erreichen in der Größenordnung nur noch 5% des reflektierten Lichts die Bildebene.

Die genannten Zahlenwerte sind nur grobe Mittelwerte über alle optischen Flächen des Objektivs: Es kann optische Flächen geben, für die das gesamte reflektierte Licht die Bildebene erreicht und andere optische Flächen, für die überhaupt kein Licht auf den Bildsensor gelangt. Dies verdeutlichen die folgenden Beispiele. Die Abbildungen 3.12, 3.13, 3.14 zeigen Reflexpfade für Licht, das von drei weit entfernten Lichtquellen kommt, die in der Bildmitte und am Feldrand positioniert sind.

Abb. 3.12 zeigt die Reflexpfade, bei denen das Licht an Fläche 9 und dann nach nochmaliger Reflexion an Fläche 7 in Richtung Bildebene reflektiert wird. In diesem Fall erreicht reflektiertes Licht von allen Quellenpositionen die Bildebene. Der Fokus des reflektierten Lichts liegt vor der Bildebene, erreicht damit die Bildebene defokussiert und wird so in der Intensität abgeschwächt.

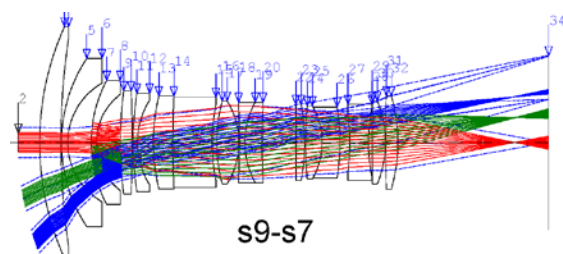


Abb. 3.12: Reflexpfade und Nutzlichtpfade für die optischen Flächen (gestrichelt eingezeichnet) für Licht, das von drei weit entfernten Lichtquellen kommt (Lichtstrahlen von den drei Lichtquellen sind rot, grün bzw. blau eingezeichnet).

Abb. 3.13 zeigt die Reflexpfade für die direkt benachbarte Flächenkombination zwischen Fläche 9 und Fläche 8: Nur von der Lichtquelle in der Mitte des Sehfelds erreicht reflektiertes Licht die Bildebene. Dieses Licht ist über weite Teile der Bildebene verstreut und damit sehr schwach. Für die am Feldrand liegenden Lichtquellen erreicht kein Licht die Bildebene, sondern verlässt das

optische System vorher und gelangt in Richtung mechanischer Fassungsteile.

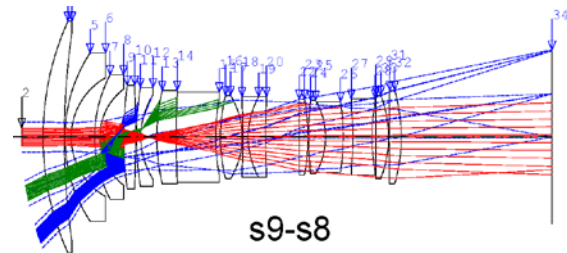


Abb. 3.13: Reflexpfade zwischen Fläche 9 und 8.

Ähnlich wie in der vorherigen Abbildung wird auch bei der Flächenkombination Fl. 28 und Fl. 13 das reflektierte Licht bei der Lichtquelle in der Feldmitte stark abgeschwächt und von den am Feldrand liegenden Lichtquellen gelangt kein Licht in die Bildebene (Abb. 3.14).

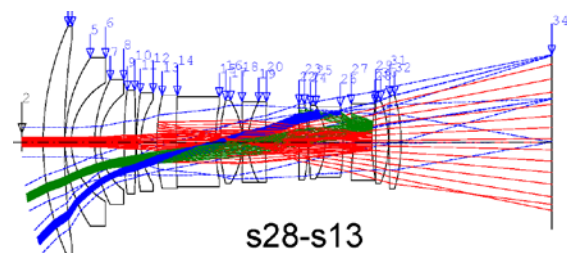


Abb. 3.14: Reflexpfade zwischen Fläche 28 und 13.

Bei den meisten Spiegelreflexkameras fallen die Hauptstrahlen zum Feldrand hin zunehmend schräger auf die Bildebene, sind also nichttelezentrisch (vgl. Blahnik (2014)). Dies hat zur Folge, dass Sensor-Glas-Reflexe, also die potentiell stärksten Reflexe, nur in einem bestimmten Bereich in der Bildmitte auftreten können: Mit zunehmendem Abstand von der Bildmitte fällt ein immer kleinerer Anteil des bildseitig auftreffenden Lichtkegels wieder zurück in das Objektiv, gelangt ab einer bestimmten Bildhöhe nicht mehr zurück in das Objektiv und wird dementsprechend nicht in die Bildebene zurückgespiegelt (vgl. Abb. 3.15).

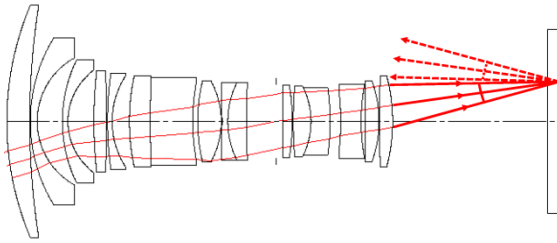


Abb. 3.15: In vielen Objektiven fällt das Licht zum Feldrand hin schräg, das heißt nichttelezentrisch, auf den Bildsensor. Dabei wird zunehmend weniger Licht in das Objektiv zurückreflektiert. Ab einer bestimmten Bildhöhe gibt es keine Sensor-Glas-Reflexe mehr, da kein Licht mehr zurück ins Objektiv gelangt.

Neben den optischen Elementen können auch mechanische Komponenten wie Fassungsteile, die Irisblende oder Linsenfasen Streulicht in der Bildebene verursachen. In der Vorentwicklung und während der Prototypenphase kann man mit opto-mechanischen Simulationsmodellen kritisch beleuchtete Flächen identifizieren und für diese Streulichtverteilungen in der Bildebene berechnen. Diese Rechnungen sind ebenfalls sehr zeitaufwendig, da die als CAD-Daten modellierten Bauteile häufig effektiv Tausende von Flächen darstellen. Eine ausführliche Darstellung der Streulichtrechnung optischer Systeme findet man bei Fest (2013).

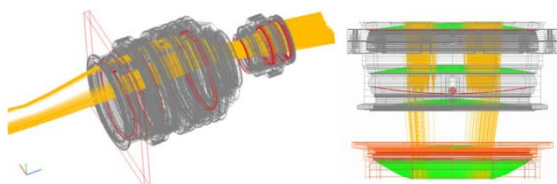


Abb. 3.16: Simulation von Reflexpfaden durch Reflexion und Streuung an mechanischen Bauteilen, die mit CAD-Daten modelliert werden.

Diese Streulichtrechnungen zeigen mögliche Schwachstellen auf und liefern Hinweise für die Optimierung der Geometrien von Fassungsteilen. Generell helfen hochwertige Lacke Streulicht aus den Randbereichen der Linsen zu minimieren (vgl. Abb. 3.17).

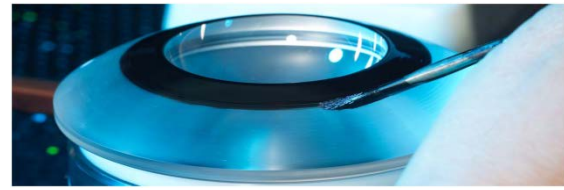


Abb. 3.17: Ein sehr großer Anteil des Lichts gelangt aus dem optischen Bereich hinaus an Linsenränder und Fassungsteile. Hochwertige Lacke an Linsenrändern minimieren das Streulicht aus dem Randbereich der Objektive.

Neben der Reflexminderung haben AR-Beschichtungen auch einen Einfluss auf die Transmission der Objektive. Ist R der reflektierte Anteil des Lichts pro Fläche und n die Anzahl der brechenden Flächen des Objektivs, dann ist der zur Bildebene transmittierte Anteil des Lichts

$$T = (1 - R)^n.$$

Abb. 3.18 zeigt die relative Transmission in Blendenstufeneinheiten abhängig von der Anzahl optischer Flächen. Bei unseren im ersten Kapitel gezeigten Aufnahmen mit dem unbeschichteten Demo-Objektiv (26 Glas-Luft-Übergänge) mussten wir um etwa zwei Blendenstufen länger belichten, um die hellen Bereiche im Bild gleich hell zu erhalten wie mit dem entsprechenden T^* -beschichteten Objektiv. Dies deckt sich gut mit den in Abb. 3.18 dargestellten Werten.

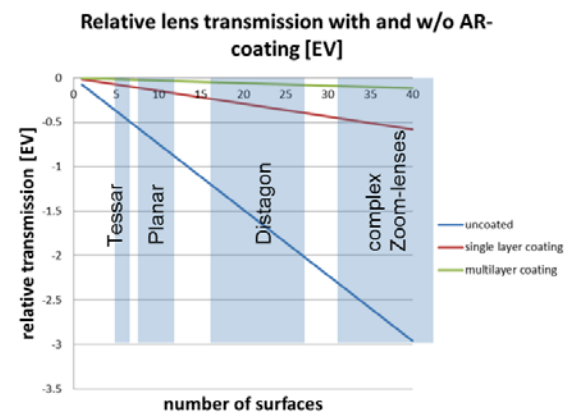


Abb. 3.18: Transmissionsverlust in Blendenstufen im Vergleich für unbeschichtete, einlagig und mehrlagig beschichtete Objektive. Zur Orientierung ist die typische, ungefähre Anzahl von Luft-Glas-Flächen verschiedener Objektivtypen angegeben.

Simulation, Analyse und Optimierung von Geisterbildern in Objektiven

Die Simulation von Geisterbildern unterstützt das Optikdesign während der Entwicklung, indem sie auf optische Flächen hinweist, die verstärkt zu Reflexen beitragen und auch in der Prototypenphase, um den Ursprung bestimmter Reflexe zu identifizieren (vgl. Abb. 3.19). Die Reflexsimulation erfordert eine sehr große Anzahl an Strahldurchrechnungen, um die Intensitätsverteilungen in ausreichender Genauigkeit zu berechnen.

Es gibt die stark vereinfachende, aber sehr rechenzeitsparende Möglichkeit Reflexanalysen mit paraxialen Berechnungen, also mit (gebrochen) linearen Formelsätzen zu machen. Solche Rechnungen waren schon praktikabel, bevor es Computer gab:

Goldberg (1925) analysiert theoretisch und praktisch das Streulichtverhalten verschiedener Objektivtypen. Diese Berechnung liefert eine worst-case-Abschätzung für kleine Aperturen in der Nähe der Bildmitte, verliert aber ihre Gültigkeit für größere Aperturen oder sobald man sich im Bildfeld deutlich von der optischen Achse entfernt. Viele mögliche Problemfälle, wie Reflexe durch hohe Einfallswinkel, durch Totalreflexionen oder außerhalb des Nutzstrahlengangs verlaufende Reflexpfade sowie Lichtkonzentration in Kaustiken lassen sich mit paraxialen Rechnungen nicht identifizieren. Andererseits überbewerten paraxiale Rechnungen scheinbare Probleme, bei denen tatsächlich aber viel reflektiertes Licht aus der Optik hinaus in Fassungsteile gelangt. Es bleiben nur zeitaufwendigere realistischere Simulationen.

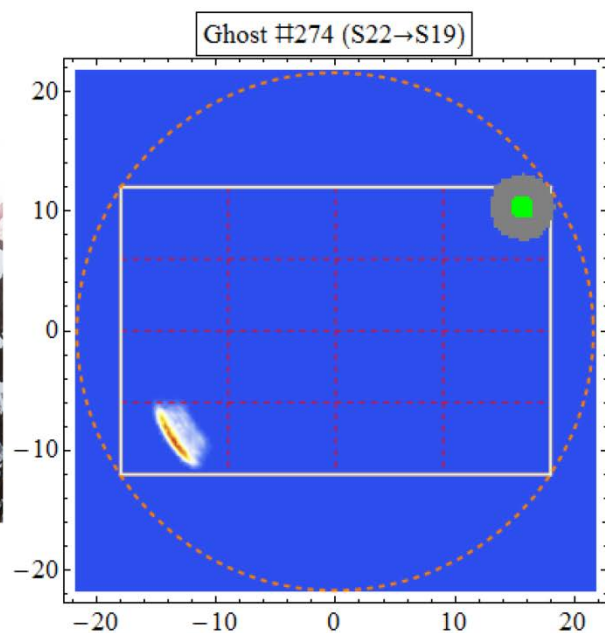


Abb. 3.19: Identifikation des Ursprungs eines realen Reflexes (am linken unteren Bildrand) in der Simulation. Aus den Simulationsdaten aller Flächenkombinationen lässt sich schließen, welche Flächenkombination (hier Fläche 22 und Fläche 19) zum beobachteten Reflex führt.

In Abb. 3.20 sieht man eine Analyse aller Geisterbilder eines Objektivs mit 31 brechenden Flächen. Die einzelnen Felder stellen die Intensitätsverteilung der einzelnen Reflexe aller Glas-Glas- sowie Bildsensor-Glas-Kombinationen in der Bildebene dar. Die 32 Flächen (einschließlich des Bildsensors) ergeben $31 \cdot 32 / 2 = 496$ Kombinationen, die in der Bildmatrix dargestellt sind.

Man erkennt, dass die Bildsensor-Glas-Reflexe (also die letzte Zeile der Matrix) eine

höhere Intensität haben, da der Bildsensor wesentlich stärker reflektiert als die Glasflächen.

Weitere Darstellungen zur Analyse und Berechnung von Geisterbildern in Objektiven findet man bei Gross, Blechinger, Achtner (2008), Kap. 39 und Abd El-Maksoud, Sasian (2011).

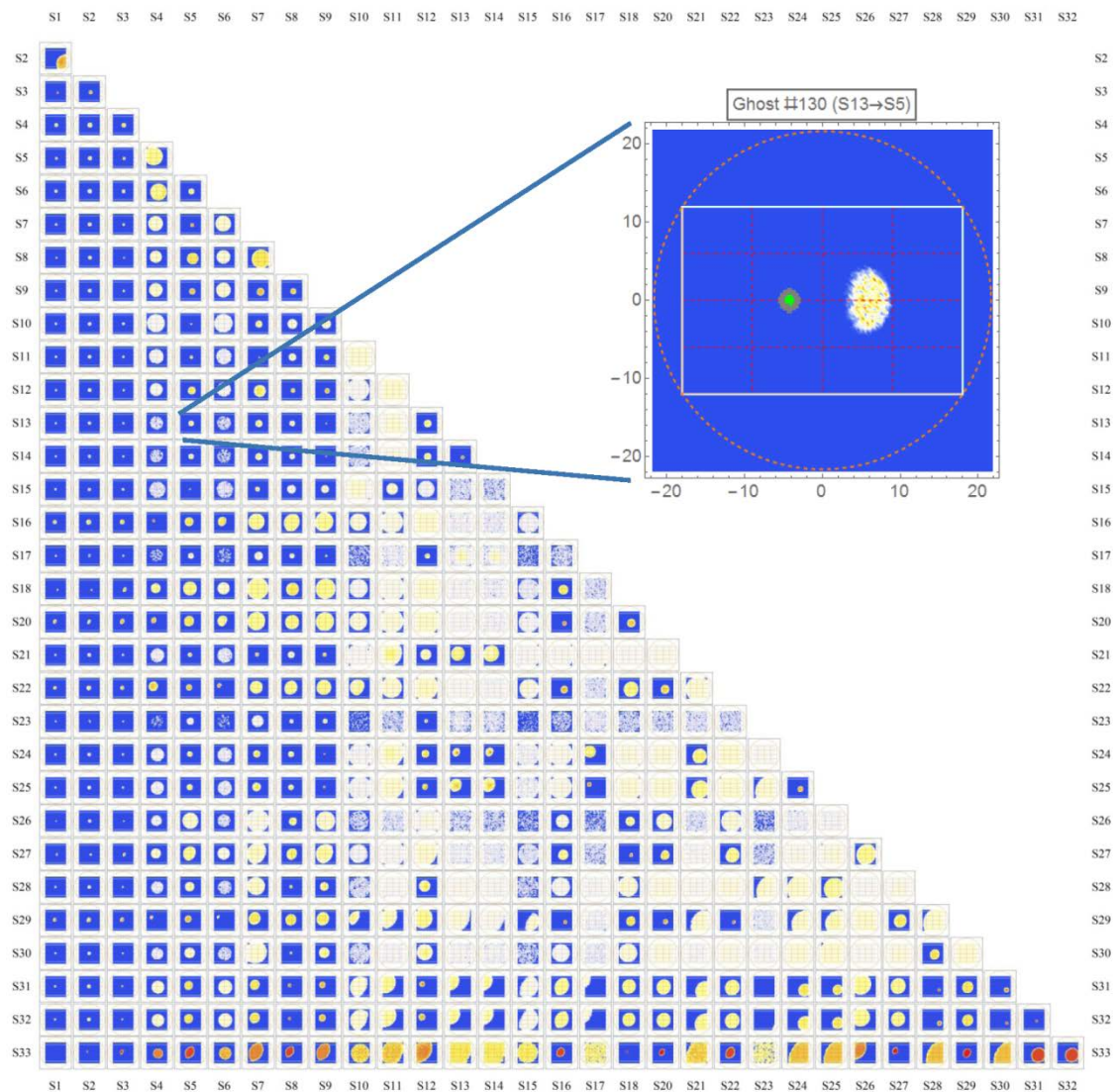


Abb. 3.20: Verteilung der Intensität der einzelnen Reflexe in der Bildebene aller Glas-Glas- und Bildsensor-Glas-Paare im Objektiv. In der untersten Zeile der Matrixdarstellung sind die Bildsensor-Glas-Reflexe dargestellt, die eine deutlich höhere Einzelintensität aufweisen als die restlichen Glas-Glas-Reflexe.

Rechenaufwand bei Geisterbildanalysen

Nehmen wir ein Zoom-Objektiv mit 26 brechenden Flächen entsprechend $n \cdot (n+1)/2 = 351$ Flächenkombinationen. Wir nehmen an, dass wir dieses Objektiv für folgende Parameter analysieren:

- 5 Objektentfernungen
- 7 Brennweiten
- 3 Positionen der Lichtquelle
- 3 Wellenlängen

Die Anzahl der zu berechnenden Reflexpfade für einen Strahl von der Lichtquelle ergibt sich aus dem Produkt dieser Parameter $(351 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3) = 110.565$.

Um die Intensitätsverteilung für jeden dieser Reflexpfade mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen, muss man den Verlauf genügend vieler Strahlen durch das Objektiv berechnen. Bei einer Strahldurchrechnung sind sukzessive für alle optischen Flächen des Systems die Strahldurchstoßpunkte und Strahlwinkel an jeder Fläche zu bestimmen, sowie an jeder brechenden Fläche das Snellius'sche Brechungsgesetz

$$n \sin i = n' \sin i'$$

anzuwenden. Abb. 3.21 zeigt den Formelsatz für die Berechnung an einer sphärischen Fläche in der Tangentialebene.

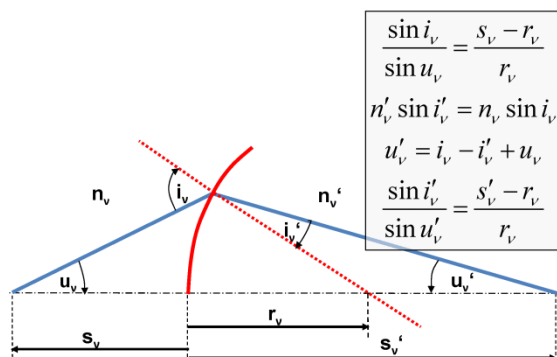


Abb. 3.21: Formelsatz für eine Strahldurchrechnung an einer sphärischen Fläche in der Tangentialebene.

Nehmen wir etwa 300x300 (also ca. 100.000) Strahlen, die von der Lichtquelle in das Objektiv gelangen, dann ergeben sich insgesamt für die Analyse 10 Milliarden Strahldurchrechnungen durch das gesamte Objektiv! Die gewaltige Anzahl von 10 Milliarden Strahldurchrechnungen kann mit heute verfügbaren Rechnern etwa innerhalb eines Tages bewältigt werden. Lange Zeit waren Reflexanalysen in diesem Umfang nicht machbar: Noch Anfang der 1980er waren die Rechenzeiten der verfügbaren Rechner etwa einen Faktor 100.000 länger als heute. Diese Rechnung hätte mit den damals verfügbaren Rechnern also etwa 300 Jahre gedauert.

Auch wenn die optischen Abbildungstheorien in den 1950er Jahren über einen großen Anwendungsbereich formuliert waren, so ließen sich seinerzeit nur wenige konkrete Anwendungsbeispiele berechnen. Heute ist es bereits möglich realistische Reflexbilder von komplexen Objektiven mit Berücksichtigung der Restreflexionen der Antireflexschichten zu berechnen (vgl. Abb. 3.22).

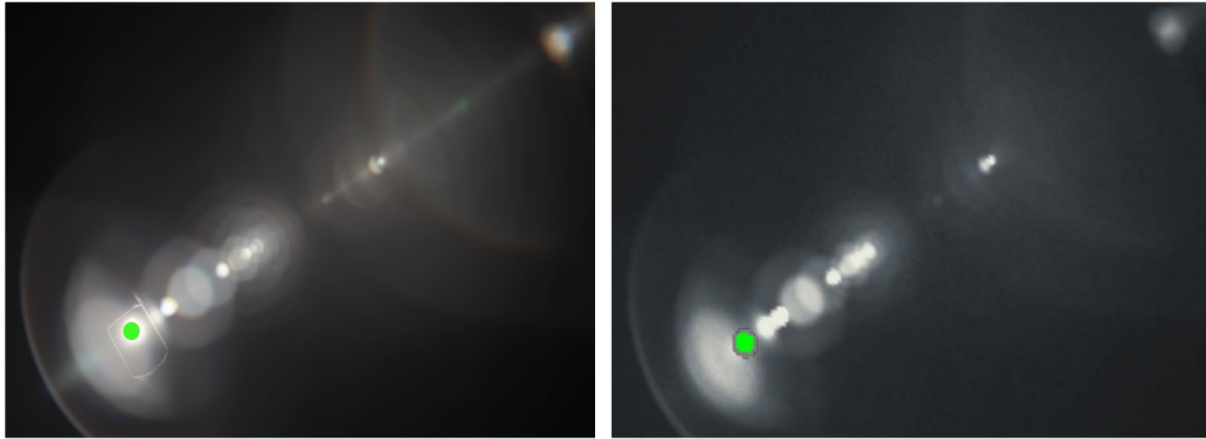


Abb. 3.22: Das real aufgenommene Reflexbild (links) und das für die gleiche Lichtquellenposition simulierte Bild (rechts) stimmen gut überein. Der grüne Punkt kennzeichnet die Lage der Lichtquelle.

Erst die immense Weiterentwicklung der Rechenleistung von Computern in den vergangenen Jahrzehnten ermöglichte die für numerische Bildberechnungen erforderliche Zahl von Strahldurchrechnungen. Auf die historische Entwicklung der Rechenanlagen für optische Rechnungen gehen wir nun im abschließenden Abschnitt ein.

Zur Geschichte von Rechenanlagen bei ZEISS

Die Einführung von Großrechnern in der optischen Industrie in Deutschland begann in den 1950er Jahren. Die Firma Leitz in Wetzlar führte 1953 eine Z5 der Firma Zuse ein (Vollrath (2009)). Bei ZEISS in Jena wurden zwei OPREMA (**Optikrechenmaschinen**, vgl. Abb. 3.23) selbst entwickelt, gebaut und seit 1955 für Optikrechnungen eingesetzt. Im westdeutschen ZEISS in Oberkochen wurde 1958 vom berühmten Computerpionier Konrad Zuse eine Z22-Rechenanlage installiert.



Abb. 3.23: Die erste Rechenanlage bei ZEISS: Die „OPREMA“ wurde bei ZEISS in Jena eigens entwickelt und 1955 für Optikrechnungen in Betrieb genommen.

Die OPREMA in Jena bestand zur Gewährleistung eines zuverlässigen, laufenden Betriebs aus zwei Rechnern, die je einen großen Raum einnahmen (vgl. Abb. 3.24). Jeder Rechner bestand aus 16.626 Relais. Die Programmierung und Zahleneingabe erfolgte durch Stecken von Kabelverbindungen an der Stecktafel.

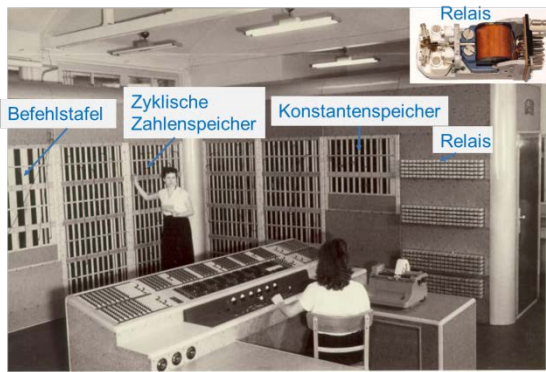


Abb. 3.24: Aufbau der OPREMA. Ein Relais (kleine Abbildung in rechter oberer Ecke), also 1 Bit Information, war größer als ein heutiger USB-Stick.

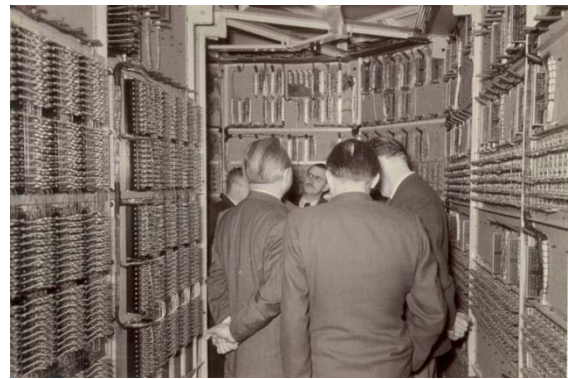


Abb. 3.25: Innenraum der OPREMA; Eingang über die Tür am rechten Bildrand von Abb. 3.24.

Die OPREMA brauchte für eine Multiplikation 0.8 Sekunden (Winkler (2013)). Dies klingt aus heutiger Sicht lächerlich, war aber damals ein großer Durchbruch und schuf eine deutliche Reduktion der Rechenarbeit. Ein Vorteil war, dass erstmals Rechenfehler ausgeschlossen waren, deren Erkennung und Rückverfolgung mühselig war. In Abb. 3.26 sind einige Leistungsdaten der Großrechner der ersten Generationen bei ZEISS in Jena zusammengestellt.

Rechner Typ	OPREMA	ZRA 1	ICL 1905	ODRA 1305	EC 1040	workstation
Generation	1	2	3	3	3	aktuell
Hersteller	ZEISS JENA	ZEISS JENA	ICL/England	ELWRO/Polen	Robotron (RGW)	
Baujahr	1954	1960	1968	1974	1977	2014
Technische Basis	Relais	Elektronenröhren	Transistoren	integrierte Schaltkreise	integrierte Schaltkreise	integrierte Schaltkreise
Anzahl der Zentraleinheiten	2	3	2	2	1	12
Rechengeschwindigkeit (mittlere # Operationen / Sekunde)	2	150	150000	250000	380000	10^{10}
Eingabe	manuell	Lochkarte, Lochstreifen	Lochkarte, Lochstreifen	Lochkarte, Lochstreifen, Magnetband	Lochkarte, Lochstreifen, Magnetband	Tastatur
Ausgabe	Schreibmaschine	Zifferndrucker	Schnelldrucker, Lochkarte, Lochstreifen	Schnelldrucker, Lochkarte, Lochstreifen	Schnelldrucker, Lochkarte, Lochstreifen	Monitor, Drucker
Technik des Hauptspeichers	Relais	Magnettrommel	Matrixspeicher	Matrixspeicher	Matrixspeicher	integrierte Schaltung
Hauptspeicherkapazität	1 k Worte	4 k Worte	64 k Worte	128 k Worte	512 kByte	64 GB
Externe Speicher	-	-	12 MB	18 MB	14 MB	1 TB
Preis für eine Rechenstunde (M)	60,-	150,-	320,-	650,-	900,-	4,-

Abb. 3.26: Leistungsdaten der ersten Rechenanlagen bei ZEISS in Jena.

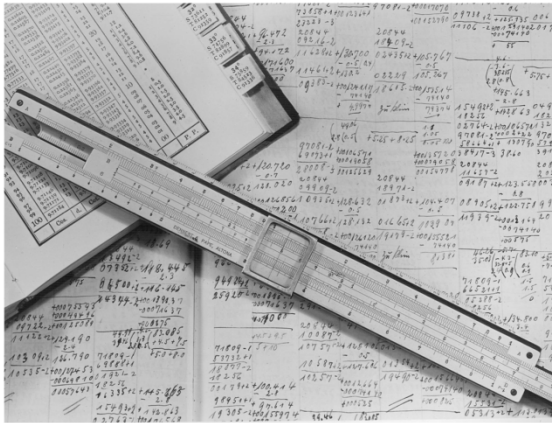


Abb. 3.27: Optikrechnung mit Papier, Bleistift und Logarithmentafeln.

Geübte Optikrechner haben bis dahin mit Hilfe von Logarithmentabellen, ab den 1940ern auch mit Hilfe kleiner, handgetriebener Vier-Spezies-Tischrechner (ab 1952 elektrisch angetrieben) und mit handschriftlichen Rechnungen (vgl. Abb. 3.27) etwa eine Arbeitswoche gebraucht, um 400 Strahlen durchzurechnen. Diese Anzahl von Strahlberechnungen reichte gerade einmal zur

Beurteilung des Korrekturzustands eines Tessar-Objektivs, das aus sieben brechenden Flächen besteht. Bis zum Ende der 1960er Jahre gab es mit dem Übergang zu Transistoren und integrierten Schaltkreisen einen sprunghaften Anstieg der Rechengeschwindigkeit. Seit den 1970ern stieg die Anzahl der möglichen Strahldurchrechnungen um mehr als einen Faktor 20 pro Dekade an. Heute (im Jahre 2016) ist es auf parallelisierten Rechnern (10 CPUs) möglich 100 Millionen Strahlenübergänge an sphärischen Flächen in einer Sekunde zu berechnen. Die Berechnung asphärischer (also nicht-kugelförmiger) Flächen benötigt etwa einen Faktor 10 länger als die sphärischer Flächen, da der Strahldurchstoßpunkt mit der asphärischen Fläche und der Brechungswinkel zur Flächennormalen iterativ numerisch bestimmt werden müssen.

Die Abb. 3.28 zeigt die zeitliche Entwicklung der Rechengeschwindigkeit für optische Rechnungen seit 1900.

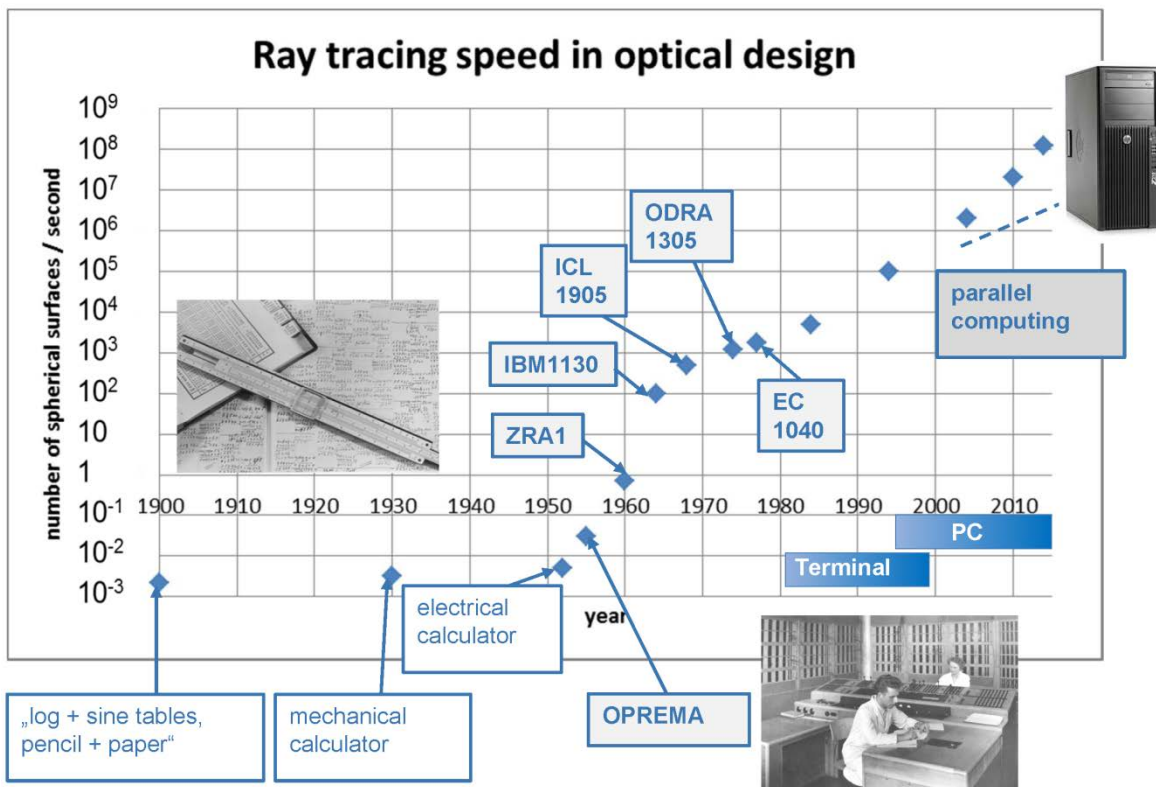


Abb. 3.28: Anzahl an Strahlberechnungen pro Sekunde an einer sphärischen Fläche von 1900 bis heute.

Danksagung

Die Autoren danken Herrn Dr. Wolfgang Wimmer für historische Informationen aus dem ZEISS Archiv zu T- und T*-Vergütung sowie zur Entwicklung von Rechenanlagen, Herrn Dr. Harry Schlemmer für Informationen zur Geschichte von Vergütungen bei ZEISS. Wir danken Frau Dr. Diana Tonova, Herrn Dr. Thomas Koch und Herrn Thomas Rittmann für Informationen zur Auslegung und Fertigung von Beschichtungen. Herrn Andreas Bogenschütz gilt unser Dank für die Erstellung von Produktfotographien. Wir danken Herrn Hans-Joachim Frasch für Informationen zur Geschwindigkeit von Optikrechnungen. Wir danken Herrn Prof. Dr. Thomas Schneider für wertvolle und detaillierte Gespräche zu verschiedenen Themen dieser Arbeit. Besonders danken wir Herrn Dr. Hubert Nasse für umfangreiche Labor- und Bildmaterial sowie die enge Zusammenarbeit zur Weiterentwicklung der Reflexanalyse in den vergangenen Jahren.

Literatur

- Abbe, E. (1873). *Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung*, Archiv für mikroskopische Anatomie, Vol. 9, Issue 1, S. 413-418.
- Abd El-Maksoud, R. H., Sasian, J. (2011). *Modeling and analyzing ghost images for incoherent optical systems*. Applied Optics, Vol. 50, Issue 15, pp. 2305-2315.
- Adams, A. (1980). *The Print*. Neuauflage des Drucks von 1950 von Little, Brown and Company, New York, Boston.
- Anders, H. (1967). *Thin Films in Optics*, Focal, New York.
- ARRI (2011). ALEXA Anamorphic De-Squeeze white paper, <https://www.arri.com/camera/alex/downloads/>.
- Baumeister, P. W. (2004). *Optical Coating Technology*, SPIE, Bellingham.
- Berek, M. (1926). *Über Kohärenz und Konsonanz des Lichtes*. Teil I bis IV, Z. f. Physik **36** (1926), S. 675-688, S. 824-838, **37** (1926), S. 387-394; **40** (1927), S. 420-450.
- Blahnik, V. (2014). *Zur Bestrahlungsstärke und Blendenzahl von Kameraobjektiven*. http://www.zeiss.com/content/dam/Photography/new/pdf/de/clin_archiv/clin_de_web_special_irradiance_and_apertures.pdf
- Bliedtner, J., Gräfe, G. (2010). *Optiktechnologie*. Carl Hanser Fachbuchverlag.
- Bruynooghe, S., Tonova, D., Sundermann, M., Koch, T., Schulz, U. (2014). *Antireflection coatings combining interference multilayers and a nanoporous MgF₂ top layer prepared by glancing angle deposition*, Surface & Coatings Technology 267 (2015), pp. 40–44.
- Cittert, P. H. van (1934). *Die wahrscheinlichste Schwingungsverteilung in einer von einer Lichtquelle direkt oder mittels einer Linse beleuchteten Ebene*, Physica, Haag **1**, S. 201-210.
- Cushing, D. (2011). *Enhanced Optical Filter Design*, SPIE, Bellingham
- Czapski, S. (1904). *Grundsätze der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe*, herausg. von Otto Eppenstein, Johann Ambrosius Barth, Leipzig.
- Darmont, A. (2012). *High Dynamic Range Imaging – Sensors and Architectures*. SPIE Press, Bellingham, Washington USA.
- Debevec, P. E., Malik, J. (1997). *Recovering High Dynamic Range Radiance Maps from Photographs*, Siggraph Conference, July 1997.
- Dobrowolski, J. A. (1997). *Numerical Methods for Optical Thin Films*, Optics & Photonics News, June 1997.
- Dörband, B., Müller, H., Gross, H. (2012). *Handbook of Optical Systems. Metrology of Optical Components and Systems*. Wiley-VCH.
- DxOMark-Datenbank von Meßdaten unter anderem von einer Vielzahl von Digitalkameras: <http://www.dxomark.com>

- Fährmann, T. (2015). *Master Anamorphics Flare Sets Showreel*, Kurzfilm gedreht mit ARRI/ZEISS Master Anamorphics und Flare Sets sowie ARRI ALEXA.
- Fest, E. (2013). *Straylight Analysis and Control*, SPIE Press.
- Flügge, J. (1960). *25 Jahre reflexmindernde Vergütung*, ZEISS-Mitteilungen, Band 2, Heft 3.
- Fresnel, M. A. (1823). *Mémoire sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France, Paris.
- Furman, Sh. A., Tikhonravov, A. V. (1992). *Basics of Optics of Multilayer Systems*. Editions Frontieres, Paris.
- Gänswein, B. (1997). *Dünne Schichten für die Optik und Kristallherstellung in Oberkochen von 1946 bis heute*, Vakuum in Forschung und Praxis, Nr. 3, S. 209-211, Wiley-VCH.
- Geffcken, W. (1940). *Überzug aus mindestens drei Schichten von verschiedener Brechungsanzahl für einen nichtmetallischen Gegenstand zur Verminderung von dessen Oberflächenreflexion*, Deutsches Reichspatent 758 767.
- Goldberg, E. (1925). *Der Aufbau des Photographischen Bildes, Teil 1: Helligkeitsdetails*. Enzyklopädie der Photographie und Kinematographie, Heft 99, Verlag von Wilhelm Knapp, Halle.
- Gonzalez, R. C., Woods, R. E. (2008). *Digital Image Processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Grant, B. G. (2011). *Field Guide to Radiometry*. SPIE Press, Bellingham, Washington USA.
- Gross, H., Blechinger, F., Achtner, B. (2008). *Handbook of Optical Systems. Volume 4; Survey of Optical Instruments*. Wiley-VCH.
- Hertz, H. (1887). *Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen*, Annalen der Physik, **267** (7), S. 421-448.
- Hopkins, H. H. (1953). *On the diffraction theory of optical images*, Proc. Roy. Soc. (London) A 217, p. 408-432.
- Hullin, M. B., Eisemann, E., Seidel, H.-P., Lee, S. (2011). *Physically-Based Real-Time Lens Flare Rendering*. In ACM Transactions on Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 2011).
- Huygens, C. (1690, fertiggestellt 1678). *Traité de la lumière [Abhandlung über das Licht]*, Leyden.
- ISO (2009). *Photography, Electronic still-picture cameras, Methods for measuring opto-electronic conversion functions (OECFs). ISO 14524:2009*; Vernier, Geneva, Switzerland.
- Jones, L. A., Condit, H. R. (1941). *The Brightness Scale of Exterior Scenes and the Computation of Correct Photographic Exposure*, JOSA, vol. 31, issue 11, pp. 651-678.
- Knittl, Z. (1976). *Optics of Thin Films*, Wiley, London.
- Laue, M. von (1907). *Die Entropie von partiell kohärenten Strahlenbündeln*, Annalen der Physik, **23**, p. 1-43.
- Leistner, K. (1941). *Zeiss T-Optik*, Photographie und Forschung, Band 3, Heft 6, S. 188-192.

Lummer, O., Reiche, F. (1910). *Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop von Ernst Abbe*. Vieweg, Braunschweig.

Macleod, H. A. (2001). *Thin-Film Optical Filters*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia.

Mann, S., Picard, R. W. (1995). *On being 'undigital' with digital cameras: extending dynamic range by combining differently exposed pictures*, Proc. IST, pp. 422-428.

Maxwell, J. C. (1865). *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, Philosophical Transactions of the Royal Society, **155**, pp. 459-512.

McCann, J. J., Rizzi, A. (2012). *The Art and Science of HDR Imaging*, Wiley.

Musset, A., Thelen, A. (1970). *Multilayer Antireflection Coatings*. Progress in Optics, ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam, Vol. 18, pp. 201-237.

Nasse, H. (2008). *Wie liest man MTF-Kurven? – Teil I*, http://www.zeiss.com/content/dam/Photography/new/pdf/de/cln_archiv/cln30_de_web_special_mtf_01.pdf

Newton, I. (1704). *Opticks*, Royal Society, London.

Palmer, J. M., Grant, B. G. (2010). *The Art of Radiometry*. SPIE Press, Bellingham, Washington USA.

Pulker, H. K. (1999). *Coatings on Glass*, Elsevier, Amsterdam.

Lord Rayleigh (1880). *On reflection of vibrations at the confines of two media between which the transition is gradual*, Proc. London Math. Soc. **11**, pp. 51–56.

Reinhard, E., Ward, E., Pattanaik, S., Debevec, P., Heidrich, W., Myszkowski, K. (2010). *High Dynamic Range Imaging*, Elsevier, Morgan Kaufmann.

Richter, R. (1940). *Die Bedeutung der Zeiss-T-Optik für die Photographie und Projektion*. ZEISS-Nachrichten, Sonderheft 5.

Sauer, H. (20. Februar 1973). *Die Entwicklung der reflexmindernden Vergütung bei Photo-Objektiven: Vom Zeiss T-Belag bis zur Mehrfachsicht*. ZEISS Presse-Information.

Schallenberg, U. B. (2006). *Antireflection design concepts with equivalent layers*. Applied Optics, Vol. 45, Issue 7, pp. 1507-1514.

SCHOTT Glass Data: <http://www.schott.com/german/download/index.html>

Schrödinger, E. (1920). *Über die Kohärenz in weitgeöffneten Bündeln*. Annalen der Physik, Vol. 366, Issue 1, p. 69-86.

Smakula, A. (1935). *Verfahren zur Erhöhung der Lichtdurchlässigkeit optischer Teile durch Erniedrigung des Brechungsindex an den Grenzflächen dieser Teile*, Deutsches Reichspatent 685 767.

Smakula, A. (1941). *Über die Reflexionsverminderung an Grenzflächen zwischen durchsichtigen Körpern*, Glastechn. Ber. **19**, S. 377-386.

Smakula, A. (1942). *Grundlagen der Reflexionsverminderung*, Film und Farbe, Schriftenreihe der Reichsfilmkammer, Band 9, Max Hesse Verlag, Berlin, S. 69-74.

Steinbach, M. (2015). *Entwicklung eines Verfahrens zur Messung der Falschlichtbeiträge von Objektiv und Sensor und deren Einfluss auf die Begrenzung des Dynamikumfangs bei Filmaufnahmen*, Bachelorarbeit, Fachhochschule Köln.

Taylor, D. H. (1904). *Lenses*. United Kingdom patent 29561.

Thetford, A. (1969). *A Method of Designing Three-layer Anti-reflection Coatings*, *Optica Acta*, vol. 16, no. 1, pp. 37-43.

Thelen, A. (1969). *Design of multilayer interference filters*, *Physics of Thin Films*, ed. G. Hass and R. E. Thun, Academic Press, New York.

Thelen, A. (1988). *Design of Optical Interference Coatings*, McGraw-Hill, New York.

Vollrath, W. (2009). *Die Entwicklung von Leica Objektiven damals und heute*, in: Max Berek, Schöpfer der ersten Leica Objektive, Pionier der Mikroskopie, Herausgeber Knut Kühn-Leitz, Lindemanns Verlag.

Winkler, J. F. H. (2008). *Die Oprema – der Relaisrechner des Zeisswerks Jena*. Vortrag an der Friedrich-Schiller-Universität Jena. <http://psc.informatik.uni-jena.de/publ/oprema-JW-2008.pdf>

Young, T. (1802). *On the Theory of Light and Colours*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **92**, p.12-48.

Zernike, F. (1938). *The concept of degree of coherence and its application to optical problems*, *Physica (The Hague)* **5** (8), S. 785-795.

Anhang

A.1: Reflexion und Transmission einer ebenen Welle beim Übergang zwischen zwei Medien

Die Fresnel-Koeffizienten beschreiben die reflektierten („r“) bzw. transmittierten („t“) elektrischen Feldkomponenten des Lichts an der die Medien mit den Brechungsindizes n und n' trennenden Grenzfläche:

$$r_s(n, n', i, i') = \frac{n \cos i - n' \cos i'}{n \cos i + n' \cos i'}$$

$$r_p(n, n', i, i') = \frac{n' \cos i - n \cos i'}{n' \cos i + n \cos i'}$$

$$t_s(n, n', i, i') = \frac{2n \cos i}{n \cos i + n' \cos i'}$$

$$t_p(n, n', i, i') = \frac{2n \cos i}{n' \cos i + n \cos i'}$$

Der Winkel der einfallenden Welle zur Flächennormale ist mit i bezeichnet, der Austrittswinkel der transmittierten (gebrochenen) Welle (im Medium n') ist i' (vgl. Abb. A.1).

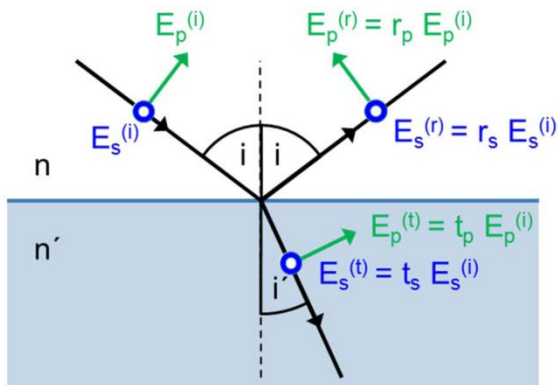


Abb. A.1: Elektrische Feldkomponenten beim Übergang an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit Brechungsindizes n und n' .

Der Index s bezeichnet die senkrecht zur Einfallsebene liegende Komponente. Die Einfallsebene ist die vom Strahlvektor und Normalenvektor der optischen Fläche aufgespannte Ebene. Der Index p bezeichnet entsprechend die parallel (oder innerhalb) der Einfallsebene liegende Komponente (vgl. Abb. A.1).

Innerhalb der Einfallsebene breitet sich das Licht folgendermaßen fort: Der Winkel i'' des reflektierten Lichts zur Flächennormalen ist gleich des Einfallswinkels i und die transmittierte (gebrochene) Welle breitet sich gemäß des Snellius'schen Brechungsgesetzes fort:

$$i'' = i \quad (\text{Reflexion}),$$

$$n' \sin i' = n \sin i \quad (\text{Brechung}).$$

Die Abbildungen A.2 und A.3 zeigen die reflektierten Intensitäten

$$R_s = r_s^2,$$

$$R_p = r_p^2,$$

und deren Mittelwert

$$R_{\text{mean}} = \frac{R_s + R_p}{2}$$

für Flächenübergänge mit verschiedenen Kombinationen von Brechungsindizes $n = 1, 1.38, 1.52, 1.85$ und 2.3 . In graphischen Darstellungen der Reflektivität von Beschichtungen ist es üblich, als Ergebnis nur diesen Mittelwert R_{mean} darzustellen und ihn mit R zu kennzeichnen. Dieser Mittelwert kann als „mittlere reflektierte Intensität von unpolarisiertem Licht“ interpretiert werden.

Die entsprechenden Größen für die Intensität des transmittierten Lichts sind $T_s = t_s^2$, $T_p = t_p^2$ und $T_{\text{mean}} = (T_s + T_p)/2$.

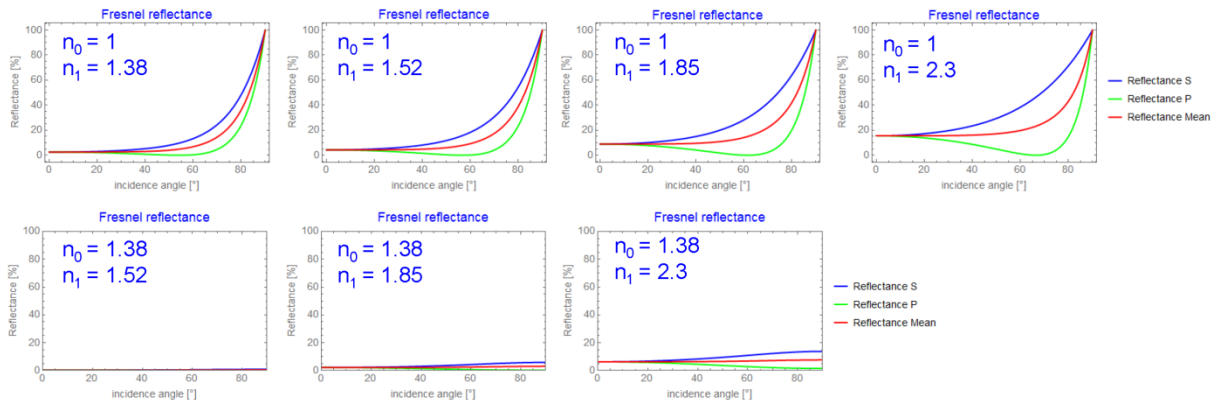


Abb. A.2: Reflektierte Intensität an einer einzelnen Grenzfläche für verschiedene Kombinationen von Brechungsindizes n_0 und n_1 aufgetragen über dem Einfallswinkel zur Flächennormalen (Bereich 0 – 90°).

Im Nutzlichtstrahlengang von Fotoobjektiven übersteigen die Einfallswinkel des Lichts auf die optischen Flächen selten 50°. Abb. A.3 zeigt die gleichen Kurven im Winkelbereich von 0 bis 50°.

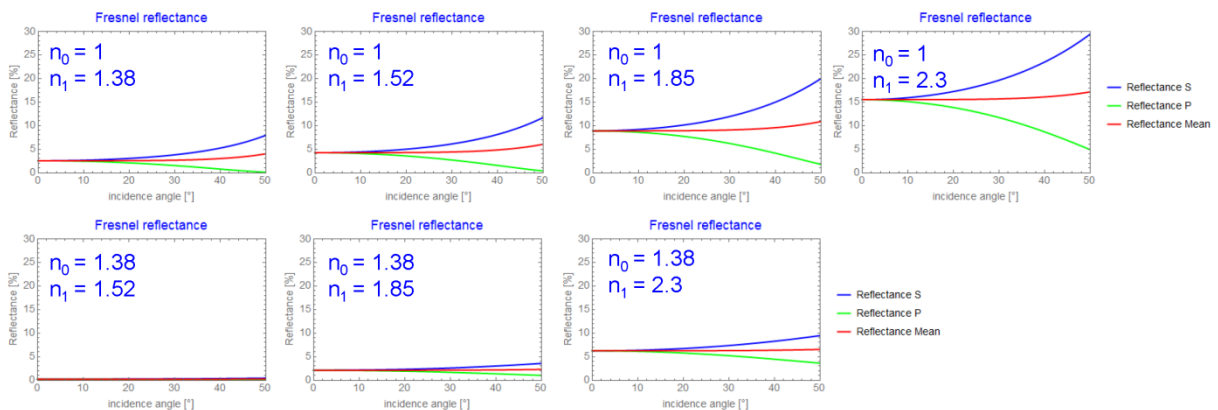


Abb. A.3: Wie Abb. A.2; hier Wertebereich der Einfallswinkel 0 - 50°.

A.2: Reflektivität einer Einzelschicht

Wir definieren folgende abkürzende Schreibweise für die Transmissions- und Reflektivitätskoeffizienten (jeweils für die s- und p-Komponente) bezüglich einer mit dem Winkel i im Medium n_0 einfallenden Welle:

$$r_{0,1} = r(n_0, n_1, \dots), \quad t_{0,1} = t(n_0, n_1, \dots),$$

$$r_{1,g} = r(n_1, n_g, \dots), \quad t_{1,g} = t(n_1, n_g, \dots).$$

Entsprechend bezeichnen $r_{1,0}$ und $t_{1,0}$ die reflektierte bzw. transmittierte Amplitude der aus dem Medium n_1 kommenden Welle an der Grenzfläche zum Medium n_0 .

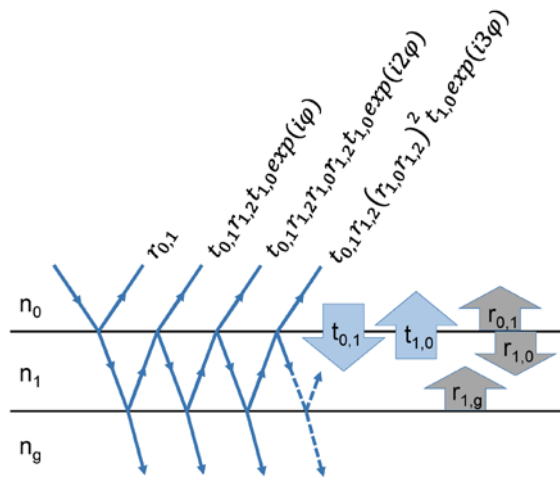


Abb. A.4: Reflektierte Wellen an einer Einzelschicht mit Brechungsindex n_1 zwischen zwei Medien mit Brechungsindizes n_0 und n_g .

Für die Einzelschicht ergeben sich die folgenden komplexwertigen Amplituden ρ_j der einzelnen reflektierten Wellen nach Multiplikation der Reflektivitäts- bzw. Transmissionskoeffizienten (vgl. Abb. A.4):

$$\rho_0 = r_{0,1},$$

$$\rho_1 = t_{0,1} r_{1,g} t_{1,0} \exp(i\varphi),$$

$$\rho_2 = t_{0,1} r_{1,g} r_{1,0} r_{1,g} t_{1,0} \exp(i2\varphi),$$

$$\rho_3 = t_{0,1} r_{1,g} (r_{1,0} r_{1,g})^2 t_{1,0} \exp(i3\varphi),$$

...

$$\rho_n = t_{0,1} r_{1,g} (r_{1,0} r_{1,g})^{n-1} t_{1,0} \exp(in\varphi).$$

Die durch die Schicht verursachte Phasenverschiebung der direkt benachbarten reflektierten Teilwellen ist

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2 n_1 d \cos i'$$

mit dem Strahlwinkel i' innerhalb des Mediums n_1 (vgl. Abschnitt „Die Einzelschicht“).

Damit ergibt sich insgesamt für die Amplitude als Summe all dieser Teilwellen

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{k=0}^{\infty} \rho_k \\ &= r_{0,1} \\ &+ t_{0,1} t_{1,0} r_{1,g} \exp(i\varphi) \sum_{k=0}^{\infty} (r_{1,0} r_{1,g})^k \exp(ik\varphi). \end{aligned}$$

Die Summe hat die Form einer geometrischen Reihe:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$$

mit $x = r_{1,0} r_{1,g} \exp(i\varphi)$. Außerdem gilt bei den Fresnel-Koeffizienten sowohl für die s- wie auch die p-Komponente die Beziehung

$$t(n, n', \cdot) t(n', n, \cdot) - r(n, n', \cdot) r(n', n, \cdot) = 1.$$

Damit ergibt sich:

$$\rho = \frac{r_{0,1} + r_{1,g} \exp(i\varphi)}{1 - r_{1,0} r_{1,g} \exp(i\varphi)}.$$

Bei dieser Rechnung wurde idealisierend eine unendlich ausgedehnte Grenzfläche und eine unendliche Kohärenzlänge vorausgesetzt. Für die bei AR-Schichten im sichtbaren Spektralbereich typischen relativ kleinen Reflektivitäten sind diese Annahmen unproblematisch: Die Reihe konvergiert sehr schnell; der Term ρ_2 ist etwa einen Faktor 100 kleiner als ρ_0 und ρ_1 . Im Wesentlichen ist die reflektierte Intensität also durch Zweistrahlinterferenz der ersten beiden reflektierten Wellen gegeben (vgl. Abb. A.5).

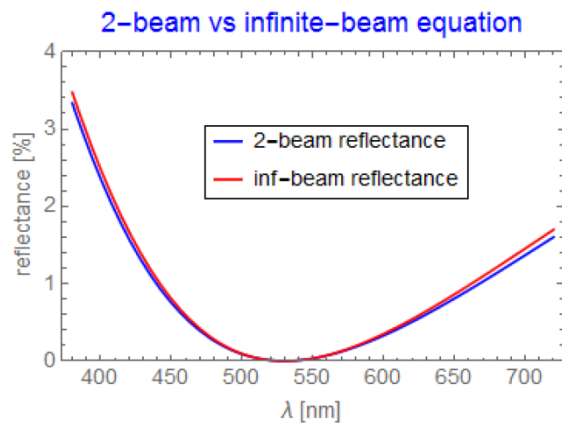


Abb. A.5: Vergleich der Gleichung für die Reflektivität für eine Einfachschicht mit $n_0=1$, $n_c=1.38$, $n_g=1.9$ mit unendlich vielen Reflexionen in der Schicht versus Vernachlässigung von Termen mit mehr als 2 Reflexionen (also Zweistrahlinterferenz $R_{2-beam} = r_{0,1}^2 + \rho_{1,g}^2 + 2r_{0,1} \rho_{1,g} \cos \varphi$ mit $\rho_{1,g} = t_{0,1} r_{1,g} t_{1,0}$). Es gibt nur leichte Abweichungen zum Rand des Spektrums. Im Wesentlichen kann man also von Zwei-Strahl-Interferenz sprechen.

Damit kann man den Mechanismus der destruktiven Interferenz einer Einfachschicht also in sehr guter Näherung als Zweistrahlinterferenz beschreiben. Bei der Berechnung der Reflektivitäten mit Simulationsprogrammen bringt es keinen Vorteil Zweistrahlinterferenzformeln zu verwenden, sondern man greift auf die allgemeine Formel zurück.

Die reflektierte Intensität berechnet sich zu

$$R = \rho \rho^* = \frac{r_{0,1}^2 + r_{1,g}^2 + 2r_{0,1} r_{1,g} \cos \varphi}{1 + r_{1,0}^2 r_{1,g}^2 - 2r_{1,0} r_{1,g} \cos \varphi}$$

Beim Durchgang durch Schichtstapel, also aufeinanderfolgende Einzelschichten, ergibt

sich die gleiche Reflektivität und Transmission, gleichgültig ob das Licht von Luft über die Schicht in das Glas gelangt oder umgekehrt vom Glas über die Schicht in Luft. Dies gilt natürlich nur für die gleichen Winkel in dem jeweiligen Medium. Man kann aus den oben angegebenen Gleichungen direkt zeigen, dass folgende Beziehungen gelten:

$$r_s(n', n, i', i) = -r_s(n, n', i, i'),$$

$$r_p(n', n, i', i) = -r_p(n, n', i, i').$$

Da in der Gleichung für die reflektierte Intensität R nur Produkte dieser reflektierten Amplituden erscheinen, ergibt sich die Umkehrbarkeit. Dies gilt nach sukzessiver Anwendung (vgl. Abschnitt A.3) auch für Mehrschichten.

Setzt man die Fresnel-Koeffizienten speziell bei senkrechtem Einfall ein, dann erhält man $r = \frac{n-n'}{n+n'}$ und $t = \frac{2n}{n+n'}$ sowie für die reflektierte Intensität:

$$R = \frac{(1+n_1^2)(n_1^2+n_g^2) - 4n_1^2 n_g + (1-n_1^2)(n_1^2-n_g^2) \cos\left(4\pi n_1 \frac{d}{\lambda}\right)}{(1+n_1^2)(n_1^2+n_g^2) + 4n_1^2 n_g + (1-n_1^2)(n_1^2-n_g^2) \cos\left(4\pi n_1 \frac{d}{\lambda}\right)}$$

Der Brechungsindex der Einfachschicht ist hier mit n_1 bezeichnet und der des Glassubstrats mit n_g . Schreibt man diese Gleichung mit

$$\cos \varphi = 1 - 2 \sin^2(\varphi/2)$$

um, dann erhält man die von Smakula (1941) oder Musset, Thelen (1970) angegebene Gleichung:

$$R = \frac{n_1^2(1-n_g)^2 - (1-n_1^2)(n_1^2-n_g^2) \sin^2\left(2\pi n_1 \frac{d}{\lambda}\right)}{n_1^2(1+n_g)^2 - (1-n_1^2)(n_1^2-n_g^2) \sin^2\left(2\pi n_1 \frac{d}{\lambda}\right)}$$

A.3: Berechnung von Mehrfachschichten

Folgt auf die Einzelschicht eine weitere Schicht, dann berechnet man den Übergang, indem man die Reflektivität von der Unterseite $r_{1,2}$ durch die effektive reflektierte Welle der darunter liegenden zweiten Schicht ersetzt:

$$r_{1,2} \rightarrow \frac{r_{1,2} + r_{2,3} \exp(i\varphi_2)}{1 - r_{2,1} r_{2,3} \exp(i\varphi_2)}$$

in

$$\rho_1 = \frac{r_{0,1} + r_{1,2} \exp(i\varphi_1)}{1 - r_{1,0} r_{1,2} \exp(i\varphi_1)}$$

und damit

$$\rho_2 = \frac{r_{0,1} + \frac{r_{1,2} + r_{2,3} \exp(i\varphi_2)}{1 - r_{2,1} r_{2,3} \exp(i\varphi_2)} \exp(i\varphi_1)}{1 - r_{1,0} \frac{r_{1,2} + r_{2,3} \exp(i\varphi_2)}{1 - r_{2,1} r_{2,3} \exp(i\varphi_2)} \exp(i\varphi_1)}$$

Für weitere Schichten ersetzt man entsprechend weiter:

$$r_{j-1,j} \rightarrow \frac{r_{j-1,j} + r_{j,j+1} \exp(i\varphi_j)}{1 - r_{j,j-1} r_{j,j+1} \exp(i\varphi_j)}$$

Man kann dann mit sukzessiver Anwendung des Snellius'schen Brechungsgesetzes

$$n_{j-1} \sin i_{j-1} = n_j \sin i_j$$

die Kosinus-Terme in den Fresnel-Koeffizienten als Funktion des Einfallswinkels i_0 vor der Mehrfachschicht ausdrücken:

$$\cos i_j = \sqrt{1 - \sin^2 i_j} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_j}\right)^2 \sin^2 i_0}$$

Damit hängen die Fresnel-Koeffizienten r_s , r_p , t_s und t_p an jeder Grenzfläche von den drei Parametern (n_{j-1}, n_j, i_0) ab.

A.4: Reflektivität einer Zweifachschicht

Mit der in A.3 beschriebenen Methode erhält man die Gleichung für die Reflektivität der Zweifachschicht. Bei senkrechtem Einfall und mit $n_0=1$ lautet sie:

$$R = \frac{X}{1 + X}$$

mit

$$X = \frac{n_g}{4} \left\{ \left[\left(\frac{1}{n_g} - 1 \right) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1 n_g} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right]^2 + \left[\left(\frac{1}{n_1} - \frac{n_1}{n_g} \right) \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \left(\frac{1}{n_2} - \frac{n_2}{n_g} \right) \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \right]^2 \right\}$$

$$\varphi_1 = 2\pi n_1 d_1 / \lambda \text{ und } \varphi_2 = 2\pi n_2 d_2 / \lambda.$$

Für eine $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Schicht verschwinden bei der Referenzwellenlänge $\lambda_0 = 4 n d$ alle Kosinus-Terme. Damit die Reflektivität verschwindet, also $R=0$ (das heißt $X=0$), muss also der Koeffizient am $\sin \varphi_1 \sin \varphi_2$ -Term verschwinden. Es ergibt sich damit die Amplitudenbedingung

$$\left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1 n_g} \right) = 0$$

oder

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{n_g}$$

Bei der $\lambda/4$ - $\lambda/2$ -Schicht verbleibt für λ_0 nur der $\sin \varphi_1 \cos \varphi_2$ -Term und die Amplitudenbedingung lautet

$$\left(\frac{1}{n_1} - \frac{n_1}{n_g} \right) = 0$$

oder

$$n_1 = \sqrt{n_g}$$

Dies ist das gleiche Ergebnis wie für die Einfeldschicht, da die $\lambda/2$ -Schicht für λ_0 neutral wirkt.

A.5: Reflektivität einer Dreifachschicht

Die Reflektivität einer Dreifachschicht bei senkrechtem Einfall und mit $n_0=1$ lautet:

$$R = \frac{X}{1 + X}$$

mit

$$X = \frac{n_g}{4} (A^2 + B^2),$$

$$\begin{aligned} A = & \left(\frac{1}{n_g} - 1 \right) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ & - \left(\frac{n_2}{n_1 n_g} - \frac{n_1}{n_2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ & - \left(\frac{n_3}{n_2 n_g} - \frac{n_2}{n_3} \right) \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 \\ & - \left(\frac{n_3}{n_1 n_g} - \frac{n_1}{n_3} \right) \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = & \left(\frac{1}{n_3} - \frac{n_3}{n_g} \right) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 \\ & - \left(\frac{1}{n_2} - \frac{n_2}{n_g} \right) \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ & - \left(\frac{1}{n_1} - \frac{n_1}{n_g} \right) \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ & - \left(\frac{n_2}{n_1 n_3} - \frac{n_1 n_3}{n_2 n_g} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \sin \varphi_3, \end{aligned}$$

mit $\varphi_1 = 2\pi n_1 d_1 / \lambda$, $\varphi_2 = 2\pi n_2 d_2 / \lambda$ und $\varphi_3 = 2\pi n_3 d_3 / \lambda$.

Bei einer $\lambda/4$ - $\lambda/4$ - $\lambda/4$ -Schicht bleibt nur der letzte Summand in B, und die Reflektivität bei

λ_0 ist gleich Null, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{n_1 n_3}{n_2} = \sqrt{n_g}.$$

Bei einer $\lambda/4$ - $\lambda/2$ - $\lambda/4$ -Schicht bleibt nur der Term mit $\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 = -1$ und die Amplitudenbedingung für $R=0$ lautet:

$$\frac{n_3}{n_1} = \sqrt{n_g}.$$

Liegt die $\lambda/2$ -Schicht an einer anderen Stelle, ergibt sich entsprechend

$$\frac{n_3}{n_2} = \sqrt{n_g} \quad (\lambda/2\text{-}\lambda/4\text{-}\lambda/4),$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{n_g} \quad (\lambda/4\text{-}\lambda/4\text{-}\lambda/2).$$

